ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 SEPTEMBRE 1951.

PRÉSIDENCE DE M. Albert CAQUOT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Selman Waksman**, Correspondant de l'Académie, qui assiste à la séance.

Celui-ci prend la parole en ces termes :

Dans le sol les microorganismes ne vivent pas à l'état de cultures pures, mais en association; ils s'influencent réciproquement. L'étude de certains antagonismes a conduit à l'obtention d'antibiotiques, dont la production industrielle s'est considérablement développée dans la période récente. Après la pénicilline, les plus importants antibiotiques ont été obtenus à partir d'un groupe d'organismes typiques du sol, les actinomycètes. Le premier d'entre eux, la streptomycine, est actuellement produit sur une grande échelle aux U. S. A. et dans divers autres pays. Elle est largement utilisée dans le traitement de diverses formes de la tuberculose et dans celui de diverses autres maladies infectieuses qui, jusqu'ici, échappaient à toute thérapeutique.

Les droits de fabrication de la streptomycine aux U. S. A. ont été attribués à la Rutgers University et sont utilisés à la construction d'un Institut de Microbiologie. Dans d'autres pays où les sociétés exploitantes ont accepté de payer une redevance analogue, des fondations ont été organisées en vue d'aider le développement de la Microbiologie. La première d'entre elles a été créée en France; elle subventionne déjà un certain nombre de chercheurs. J'espère que c'est là le début d'une collaboration plus étroite entre l'Industrie et les Universités, entre la recherche scientifique et le domaine des applications.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la structure de l'espace-temps et la notion physique du temps dans un champ de gravitation statique.* Note de M. **Jean Becquerel.**

Pour réfuter une objection contre une Note récente, l'auteur rappelle d'abord que la relativité restreinte suffit pour établir que, même dans un système accéléré, la période d'un train d'ondes donne une mesure correcte du temps. Il étend ce résultat à un champ de gravitation, en précisant les conséquences qui résultent de la relativité restreinte et de l'identité entre la masse pesante et la masse inerte.

Dans une Note récente ([1]) il a été sous-entendu que le temps est toujours correctement mesuré par la période d'un train d'ondes monochromatiques (ou par l'inverse de l'énergie $h\nu$ d'un photon) : une telle « horloge » s'introduit tout naturellement en relativité restreinte car les formules de Lorentz sont exigées par l'invariance de forme des équations de Maxwell, quand on passe d'un système galiléen à un autre, et de ce fait comportent la même notion physique du temps que dans la propagation des ondes.

J'ai reçu une lettre dont l'auteur ne conteste pas la relativité restreinte et reconnaît la légitimité de ce mode de mesure du temps dans cette théorie, mais n'est nullement convaincu quand il existe un champ de gravitation : selon lui, on pourrait « *tout aussi bien* », en conservant un espace-temps euclidien, admettre que le cours du temps physique n'est pas ralenti dans un tel champ, et que « l'horloge photonique », devenue inexacte, doit être corrigée en chaque point. Je me propose d'établir que cette interprétation n'a pas de signification physique. La question est importante, car elle met en cause la validité de la théorie einsteinienne de la gravitation.

On sait que la cinématique et la dynamique, dans un système accéléré S', restent du ressort de la relativité restreinte, en exprimant les longueurs et les durées à l'aide des coordonnées euclidiennes d'un système galiléen S par rapport auquel S' est en mouvement. C'est ainsi que Einstein a traité le problème d'un disque en rotation, et a établi que la force centrifuge est liée à un ralentissement du temps déduit des formules de Lorentz.

Nous allons examiner un autre cas. Considérons d'abord deux systèmes galiléens S, S' dont les axes des x, x' sont parallèles, S' étant animé par rapport à S de la vitesse v parallèle à ces axes. Le carré de l'intervalle élémentaire qui sépare deux événements infiniment voisins se passant sur l'axe des x' a pour expression :

$$ds'^2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) c^2\, dt^2 - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} dx^2 = c^2\, dt'^2 - dx'^2. \tag{1}$$

([1]) Jean Becquerel, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1617.

Il est essentiel de noter que cet intervalle est ainsi exprimé *avec les coordonnées x, t du système* S, *du point de vue, non pas des observateurs immobiles dans* S, *mais de ceux immobiles dans* S', pour lesquels se manifeste une contraction des longueurs et une dilatation du temps de S.

Cette expression reste exacte pour un observateur lié à un mobile P animé, parallèlement à l'axe des x d'un système galiléen, d'une vitesse v fonction continue du temps t. Bien que ds'^2 cesse d'être euclidien, du fait que nous rapportons les mesures aux coordonnées x, t du système galiléen, nous restons en relativité restreinte. Le temps t' valable pour l'observateur P garde la même signification physique que dans les formules de Lorentz et est correctement mesuré par une horloge photonique.

Considérons maintenant le champ de gravitation statique d'un centre matériel de masse M. Imaginons un espace-temps euclidien E dans lequel ce centre est pris pour origine O des distances r sur un axe Ox, et explorons le champ, depuis l'infini jusqu'à r, à l'aide d'une particule en chute libre. C'est un fait incontestable que l'accélération prise par un corps est indépendante de sa masse; nous sommes ramené au problème précédent, de pure cinématique.

Nous allons approfondir cette question. Adoptons, dans E, la valeur newtonienne de l'accélération : $\gamma = -\,\mathrm{GM}/r^2$; une particule, ayant une vitesse suivant Ox infiniment petite à distance infinie, possède en arrivant à la distance r du centre gravifique une vitesse :

$$(2)\qquad v^2 = \frac{ac^2}{r}, \qquad \text{en posant} \quad a = \frac{2\,\mathrm{GM}}{c^2}.$$

La formule (1) devient

$$(3)\qquad ds^2 = \left(1 - \frac{a}{r}\right) c^2\, dt^2 - \left(1 - \frac{a}{r}\right)^{-1} dr^2 = c^2\, d\tau^2 - dl^2;$$

dr est la projection sur Ox de l'arc élémentaire dl d'une parabole $z^2 = 4a(r - a)$. Substituons cette parabole à l'axe Ox : le même ds^2 représente maintenant le carré de l'intervalle entre deux événements infiniment voisins, se passant en deux points de la parabole *fixes* par rapport à O, et dont les projections sont définies par r et $r + dr$.

Ajoutons une dimension spatiale en remplaçant l'axe Ox par un plan Π passant par O et normal à un axe Oz; à chaque droite Ox dans ce plan correspond une parabole, et nous obtenons un paraboloïde, de révolution autour de Oz, dont les plans asymptotes rejetés à l'infini sont parallèles au plan Π, et sur la surface duquel l'élément de longueur est

$$dl^2 = \left(1 - \frac{a}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2\, d\theta^2,$$

r et θ étant les coordonnées polaires de la projection orthographique de la surface du paraboloïde sur le plan Π.

L'extension à trois dimensions est immédiate, en considérant l'infinité des plans Π passant par O dans l'espace euclidien E; l'ensemble des paraboloïdes constitue un *espace non euclidien* E', dont l'espace asymptote rejeté à l'infini est « parallèle » à E. L'expression complète de ds^2 s'écrit

$$(4)\qquad ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2\,dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 - r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2\right);$$

t est le temps infiniment loin du centre gravifique; r, θ, φ sont les coordonnées polaires euclidiennes dans l'espace E.

C'est exactement le ds^2 obtenu par Schwarzschild, en relativité généralisée, pour le champ d'une sphère matérielle en dehors de celle-ci. Sans doute, nous n'avons pas ici une démonstration rigoureuse de cette formule, car nous avons posé *a priori* la valeur de l'accélération γ. Mais l'obligation de respecter la loi de Newton en très haute approximation ne pourrait permettre qu'une retouche excessivement petite de γ, et par suite de ds^2. Nous conserverons donc l'expression (4).

Nous avons fait intervenir deux espaces-temps E et E'. Les raisons profondes pour lesquelles c'est E' qui est physiquement réel ont été développées autrefois ([2]). Il suffit d'ailleurs de remarquer (comme il a été dit au sujet des paraboles méridiennes) que, dans E', ds^2 se rapporte aux points *fixes* par rapport à O, et par conséquent donne la description de la structure de l'espace-temps physique. E n'est qu'un espace-temps auxiliaire et fictif, sur lequel on fait une projection (une « carte ») de E'. Les résultats suivants sont ainsi acquis :

1. C'est un fait incontestable que la force de gravitation, *sous son aspect macroscopique et quelle que puisse être sa cause première*, se présente à nous avec les mêmes caractères qu'une force d'inertie.

2. Toute tentative de conserver à l'espace-temps une structure euclidienne dans un champ de gravitation ne peut conduire qu'à une fiction. En particulier, le temps est ralenti, et nous venons de montrer que dans le champ d'un centre matériel le facteur de ralentissement est une extension de $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ des formules de Lorentz : il s'agit bien du temps physique, qui a même signification et même mesure qu'en relativité restreinte. De plus, en un point fixe du champ, la force qui se manifeste et le ralentissement du cours du temps sont deux aspects d'une même réalité.

3. Dans (4), les coordonnées correspondent à une projection orthographique. On peut employer d'autres modes de projection (Eddington, Jean Becquerel) représentant *le même* ds^2, tout comme en géographie on utilise diverses sortes de cartes planes. Mais une carte plane n'est pas une réalité

([2]) Par exemple JEAN BECQUEREL, *Champ de gravitation d'une sphère*, 1923, Hermann, édit.

physique. Transposée en géographie, l'hypothèse de mon correspondant reviendrait à considérer la surface de la Terre comme réellement plane, le mètre devant subir une correction qui dépendrait du lieu et de la direction.

4. Dans cet exposé, nous n'avons pas eu besoin de faire appel à la relativité généralisée. Il n'en est pas moins vrai que cette théorie a un sens bien plus profond que la relativité restreinte. Nous ne citerons qu'un exemple frappant (d'après une lettre d'Einstein) : le fait expérimental qui domine toute la gravitation est l'identité entre la masse pesante et la masse inerte; la relativité généralisée en fait comprendre la raison, alors qu'on se borne à le constater, si l'on s'en tient au groupe de transformations de Lorentz.

MÉCANIQUE. — *L'équilibre élasto-plastique dans le temps.* (I). Note (*) de M. **Gustavo Colonnetti.**

Dans une Note parue dans les *Comptes rendus*, le 12 février 1951 [1], j'ai tâché d'expliquer de quelle manière la théorie de l'équilibre élasto-plastique est appelée à rendre service dans la technique des constructions, même lorsque les déformations plastiques qui dans la théorie paraissent être des constantes (formellement indépendantes des contraintes), sont en réalité des fonctions de nombreuses variables.

Je me propose ici d'analyser de plus près le mécanisme des déformations plastiques et d'établir, dans le cadre même de cette théorie, une formule qui, dans l'évaluation de ces déformations, tienne implicitement compte de leur indépendance des contraintes et du temps.

Il y a en réalité deux types bien différenciés de déformations plastiques qu'il faut prendre en considération. Il y a des déformations plastiques qui suivent immédiatement l'application des charges, là où se vérifie un dépassement de la limite élastique. Et il y a des déformations plastiques qui, au contraire, n'interviennent que plus tard sous l'action prolongée des charges, et même dans les endroits où la limite élastique n'a pas été atteinte.

Pour définir l'état de déformation d'un corps dans un instant quelconque après l'application des charges, il faut donc, à chacune des six composantes de la déformation élastique,

$$\varepsilon_x, \quad \ldots$$

ajouter non seulement la composante correspondante de la déformation plastique *immédiate*

$$\bar{\varepsilon}_x, \quad \ldots,$$

(*) Séance du 27 août 1951.

(1) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 584.

mais aussi la composante analogue de la déformation plastique *successive* que nous désignerons d'une manière tout à fait générale avec les symboles

$$F\left|\left[\overset{T}{\underset{0}{\varepsilon_x(t)}}\right]\right|, \quad \ldots$$

que Volterra dans sa théorie des phénomènes héréditaires [2] avait choisis pour représenter les quantités qui dépendent de toutes les valeurs prises par des fonctions telles que ε_x dans un intervalle quelconque de temps o, T.

Il est à peine nécessaire de dire que, dans notre cas, l'origine des temps correspond à l'application des charges, et T est l'instant final auquel se rapporte l'état d'équilibre qu'il s'agit de définir.

Suivant Volterra nous admettrons que, certaines conditions étant satisfaites, la fonction F soit développable en une série analogue à celle de Taylor. Si l'on suppose en outre que les termes de cette série d'ordre supérieur au premier soient tous négligeables par rapport aux termes linéaires en ε_x, les composantes de la déformation plastique variable avec le temps prennent la forme

$$\int_0^T \varepsilon_x(t) f_x(t)\,dt, \quad \ldots.$$

A la fonction $f_x(t)$ on pourrait donner le nom de *coefficient de fluage*. Voici en tout cas son interprétation physique : $f_x(t)\,dt$ est le rapport entre la déformation plastique qui s'est produite dans l'intervalle de temps t, $t+dt$ et la déformation élastique correspondante. On pourrait aussi bien dire que $f_x(t)\,dt$ mesure la déformation plastique qui se serait produite dans ce même intervalle de temps en présence d'une déformation élastique unitaire.

La variation de configuration que le corps aura effectivement subie en passant de l'état initial non déformé (à l'origine des temps) à l'état final d'équilibre (à l'instant T), aura donc pour composantes

$$\varepsilon_x(T) + \overline{\varepsilon}_x + \int_0^T \varepsilon_x(t) f_x(t)\,dt, \quad \ldots.$$

Or le principe des travaux virtuels nous autorise à écrire que, dans une telle variation de configuration, le travail de tout système de tensions *en équilibre* sera identiquement égal à zéro.

Comme système de tensions en équilibre nous pouvons évidemment choisir une variation quelconque $\delta\sigma_x$, ..., du système des composantes spéciales de tension qui caractérisent l'état final d'équilibre, pourvu que cette variation soit compatible avec le système donné de forces extérieures, et les équations générales de l'équilibre continuent à être satisfaites.

---

(2) *Acta mathematica*, 35, p. 295-356.

On arrive ainsi à l'équation

$$\int_V \left[\left(\varepsilon_x(T) + \overline{\varepsilon}_x + \int_0^T \varepsilon_x(t) f_x(t)\, dt \right) \delta\sigma_x + \ldots \right] dV = 0,$$

et nous verrons dans une prochaine occasion de quelle manière elle peut être utilisée dans l'étude de certains problèmes auxquels la technique moderne des constructions est particulièrement intéressée.

M. FREDERICK STRATTON fait hommage d'une Notice nécrologique qu'il a consacrée à HENRI DESLANDRES.

M. GEORGE PÓLYA adresse à l'Académie un Ouvrage intitulé : *Isoperimetric inequalities in mathematical physics*, écrit en collaboration avec M. G. SZEGÖ.

PLIS CACHETÉS.

M. PHILIPPE MORIN demande l'ouverture du pli cacheté reçu dans la séance du 4 août 1947 et enregistré sous le n° 12335.

Ce pli ouvert en séance par M. le Président contient une Note intitulée : *Découverte d'un gisement de Wolfram dans le massif du Jebel Tazzeka* (*Maroc*).

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Institut des Parcs nationaux du Congo belge. Exploration du Parc National de l'Upemba. *Contribution à l'étude éthologique des mammifères du Parc national de l'Upemba*, par R. VERHEYEN (Bruxelles).

Institut des Parcs nationaux du Congo belge. Exploration du Parc national Albert. *Mission G. H. de Witte* (1933-1935). Fasc. 73. *Dryinidæ* (Hymenoptera aculeata), *Evaniidæ* (Hymenoptera terebrantia), par P. L. G. BENOIT (Tervueren). Fasc. 74. *Dolichopodidæ* (Diptera brachycera orthorrhapha), par P. VANSCHUYTBROECK (Bruxelles).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les sommations de Césaro d'ordre entier des séries de Weber.* Note (*) de M. **Robert Campbell**, présentée par M. Joseph Pérès.

Dans une précédente Note ([1]) on a recherché les conditions pour lesquelles le développement d'une fonction $f(x)$ en série de la forme $\sum_0^\infty A_n D_n(x)$ est valable et converge uniformément. On se propose dans celle-ci de voir s'il est possible de *sommer* un tel développement, au sens ordinaire de Césaro.

On a vu que, avec certaines conditions qu'on a précisées sur $f(x)$:

$$S_n(x) = \sum_0^n A_n D_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G_n(x, t)}{x - t} f(t)\, dt,$$

où

$$G_n(x, t) = \frac{1}{n!} \begin{vmatrix} D_{n+1}(x) & D_n(x) \\ D_{n+1}(t) & D_n(t) \end{vmatrix};$$

on a alors pour la première somme [procédé (C, 1)] :

$$\sigma_n^1 = \frac{1}{n} \sum_1^{n-1} S_K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n} \sum_1^{n-1} \frac{G_k(x, t)}{x - t} f(t)\, dt.$$

Or, on a trouvé que

$$G_k(n, t) \underset{k \to \infty}{\sim} \sin\sqrt{k}\,(x - t) + O\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right);$$

un calcul, même asymptotique, du noyau sommatoire, analogue à celui des sommes de Fejer, n'est pas possible si l'on ne sait pas calculer au moins la partie principale pour n grand de $\sum_1^n \sin\sqrt{n}x$. Il est néanmoins possible d'obtenir directement l'expression exacte du noyau de (C, 1) en se servant uniquement de formules relatives aux fonctions D_n.

Ainsi, à partir de

(4) $$2D'_n(x) = n D_{n-1}(x) - D_{n+1}(x),$$

un calcul simple permet d'écrire

(5) $$2\sum_{k=0}^{k=n} G_k(x, t) = G_n(x, t) + \frac{2}{n!} \sum_1^n \begin{vmatrix} D_k(x) & D'_k(x) \\ D_k(t) & D'_k(t) \end{vmatrix} + G_0(x, t).$$

(*) Séance du 3 septembre 1951.

([1]) *Comptes rendus*, **231**, 1950, p. 1024.

où la somme à effectuer s'obtient alors grâce aux formules :

(6) $$x\,D_n(x) = D_{n+1}(x) + n\,D_{n-1}(x),$$

(6′) $$t\,D'_n(t) = D_{n+1}(t) + n\,D_{n-1}(t) - D_n(t)$$

(cette dernière étant la dérivée de la précédente).

D'où la valeur cherchée dans la formule (5) :

(7) $$2\sum_{k=0}^{k=n} G_k(x, t) = G_n(x, t) + \frac{2}{x-t}[H_n(x, t) + H_n(t, x)] - 4\frac{G_n(x, t)}{(x-t)^2},$$

avec

$$H_n(x, t) = \frac{1}{n!}\begin{vmatrix} D_{n+1}(x) & D_n(x) \\ D'_{n+1}(t) & D'_n(t) \end{vmatrix}.$$

On en déduit l'expression du noyau $K_n^1(x, t)$ de (C, 1), qui s'écrit asymptotiquement, pour n grand, en vertu de la formule déjà employée d'Adamoff :

(8) $$K_n^1(x, t) = \frac{1}{2}\sin\sqrt{n}(x-t) + 2\sqrt{n}\frac{\cos\sqrt{n}(x-t)}{x-t} - 2\frac{\sin\sqrt{n}(x-t)}{(x-t)^2} + O\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

Comme dans l'étude de la convergence ordinaire, on montre alors, grâce au changement de variable $\sqrt{n}(x-t) = u$, que

(9) $$\lim_{n\to\infty}\sigma_n^1(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\lim_{n\to\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{u}\left[\frac{d}{du}\left(\frac{\sin u}{u}\right)\right]f\left(x - \frac{u}{\sqrt{n}}\right)du,$$

quantité qui tend vers la valeur c de $f(x)$ quand n tend vers l'infini, si, pour la valeur de x considérée, la condition suivante, nécessaire et suffisante, est remplie :

(10) $$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\int_0^{\varepsilon}[f(x+t) + f(x-t) - 2c]\,K_n^1(x, t)\,dt = 0.$$

On en déduit immédiatement que la série $\sum_0^{\infty} A_n D_n(x)$ est sommable (C, 1) et représente alors, pour cette valeur de x, la fonction $f(x)$.

[Des conditions de sommabilité concernant uniquement la fonction $f(x)$ et équivalentes à la condition (10), feront l'objet d'une autre étude.] La quantité

$$\overline{K}_n^1(u) = \frac{1}{u}\left[\frac{d}{du}\left(\frac{\sin u}{u}\right)\right]$$

qui figure dans l'expression (8) de $\sigma_n^1(x)$ étant telle que l'on peut avoir

$$\int_0^a \overline{K}_n^1(u)\,du > \int_0^{\infty}\overline{K}_n^1(u)\,du \qquad (|a| < \infty),$$

la sommation précédente, donne lieu à un phénomène de Gibbs.

La somme (C, 2) s'obtient facilement à partir de celle-ci, par le même procédé, en dérivant une seconde fois la formule (6). D'une façon générale les noyaux $K_n^p(x, t)$ introduits par la sommation (C, p) s'obtiennent tous de proche en proche par le même procédé, mais en dérivant p fois (6).

Remarquons que la formule (3) suggère un autre procédé de sommation qui n'est pas de Césaro, mais qui est *régulier* et fournit une méthode K ([2]). Il consiste à remplacer la moyenne de (C, 1) par la moyenne

$$\tau_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} S_{k^2}.$$

Les formules de Fejer sont alors applicables et donnent le même noyau que pour les séries de Fourier. La condition (10) demeure (mais avec le nouveau noyau). Il n'y a pas de phénomène de Gibbs.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Les prolongements d'une variété différentiable. I. Calcul des jets, prolongement principal.* Note de M. **Charles Ehresmann**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Cette Note fait suite à une Note ([1]) antérieure et résume une conférence faite à l'Institut d'Oberwolfach le 19 août 1951. Le jet comme élément fondamental de la géométrie différentielle. Prolongements d'ordre r d'une variété différentiable. Étude des structures fibrées des prolongements. Celles-ci ne dépendent que de la structure fibrée du prolongement principal du premier ordre.

Appelons automorphisme local d'ordre r de l'espace numérique R^n tout homéomorphisme r fois continûment différentiable d'un ouvert de R^n dans R^n, partout de rang n. Soit A_n^r le pseudogroupe formé par ces automorphismes. Une structure de r-variété sur V_n est définie par un atlas A de V_n sur R^n compatible ([1]) avec A_n^r. Si V_n et V_m sont deux r-variétés, une application f d'un voisinage de $x \in V_n$ dans V_m est appelée r-application au point x si, à l'aide de coordonnées locales admissibles au voisinage de x et de $f(x)$, elle s'exprime par des fonctions f_i admettant des dérivées partielles continues de chaque espèce jusqu'à l'ordre r. Soit $C_x^r(V_n, V_m)$ l'ensemble des fonctions pointées (f, x), où f est une r-application au point $x \in V_n$; soit $C^r(V_n, V_m)$ la réunion $\bigcup_{x \in V_n} C_x(V_n, V_m)$. Deux éléments (f, x) et (g, x) de $C_x^r(V_n, V_m)$ sont dits de même r-classe lorsque $f(x) = g(x)$ et lorsque pour les fonctions f_i et g_i correspondantes les dérivées partielles de même espèce d'ordre r prennent la même valeur en x.

([2]) Hardy et Rogozinsky, *Fourier series*, Cambridge University Press, p. 56.

([1]) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 268. *Voir* aussi : C. Ehresmann, *Sur la théorie des espaces fibrés* (*Colloque de Topologie algébrique, C. N. R. S.*, Paris, 1947).

DÉFINITION [2]. — *Appelons r-jet de source x une r-classe X de $C^r_x(V_n, V_m)$, but de X l'image de x par un des éléments de X. Soit $J^r_x(V_n, V_m)$ l'ensemble des r-jets de source x, $J^r(V_n, V_m)$ la réunion $\bigcup_{x \in V_n} J^r_x(V_n, V_m)$. Le r-jet déterminé par $(f, x) \in C^r_x(V_n, V_m)$ se notera $j^r_x f$; la fonction $x \to j^r_x f$, qui est définie dans un voisinage de x et qui se notera $j^r f$, est le r-flot de f.*

Les éléments $(f, x) \in C^r(V_n, V_m)$ et $(g, f(x)) \in C^r(V_m, V_p)$ admettent le composé $(gf, x) \in C^r(V_n, V_p)$. *Cette composition entraîne par passage aux quotients une loi de composition entre r-jets, une deuxième entre r-applications et r-jets, une troisième entre r-jets et r-applications pointées :*

$$j^r_x(gf) = (j^r_{f(x)}g)(j^r_x f) = g(j^r_x f) = (j^r_{f(x)}g)(f, x).$$

Le r-jet de l'application identique de V_n pointée en $x \in V_n$ est le *r-jet neutre* en x; on peut l'identifier à x. Un *r-jet stable* en x est un r-jet de V_n dans V_n de source et de but x. Un *r-jet d'isotropie* en x est un r-jet stable en x et inversible, c'est-à-dire de rang n, rang habituel en x d'un élément du r-jet (nous définirons aussi un rang d'ordre $k \leq r$). Les r-jets d'isotropie en x forment un groupe $L^r_n(V_n, x)$, *groupe d'isotropie infinitésimale en x*, qui est isomorphe au groupe $L^r_n(R^n, 0)$ que nous noterons L^r_n. Le groupe L^1_n s'identifie canoniquement au groupe linéaire homogène L_n de R^n. Le groupe L^r_n est une extension inessentielle de L_n par un groupe résoluble homéomorphe à un espace numérique. L^r_n est une extension de L^{r-1}_n par un groupe isomorphe au groupe additif R^d.

Appelons *p^r-vitesse* dans V_n d'origine x un r-jet de R^p dans V_n de source 0 et de but x: soit $T^r_p(V_n)$ l'ensemble des p^r-vitesses dans V_n. Appelons *p^r-covitesse* de V_n d'origine x un r-jet de V_n dans R^p de source x et de but 0; soit $T^{r*}_p(V_n)$ l'ensemble des p^r-covitesses de V_n. Pour $p = r = 1$ on définit ainsi les *vitesses* et les *covitesses* de V_n, appelées *vecteurs* et *covecteurs*. Soit $L^r_{n,p}$ l'espace des p^r-vitesses de R^n en 0 ou des n^r-covitesses de R^p en 0. L^r_n est un groupe d'opérateurs à gauche sur $L^r_{n,p}$, à droite sur $L^r_{p,n}$. Soit t_x la translation de R^n amenant $x \in R^n$ en 0. L'ensemble $T^r_p(R^n)$ s'identifie canoniquement à $R^n \times L^r_{n,p}$ par $X \to (x, t_x X)$, où X est une p^r-vitesse d'origine x. $T^{r*}_p(R^n)$ s'identifie canoniquement à $R^n \times L^r_{p,n}$. Appelons *r-repère* de V_n une n^r-vitesse de rang n de V_n. L'ensemble $H^r(V_n)$ de ces r-repères est le *prolongement principal d'ordre r* de V_n. Définition analogue du r-corepère et de $H^{r*}(V_n)$.

Pour une application f de V_n dans R^p on appelle *différentielle d'ordre r* en $x \in V_n$ la p^r-covitesse $d^r_x f = j^r_x(t_{f(x)} f)$, t_u désignant toujours la translation dans R^p amenant u en 0. En particulier si f est l'application identique de R^n, $d^r_x f$ se note $d^r x$. La fonction $x \to d^r_x f$ se note $d^r f$. Il lui correspond une appli-

---

(2) Les définitions s'appliquent aussi au cas $r = \infty$, au cas analytique réel ou complexe, ainsi qu'au cas algébrique (A^r_n est alors à remplacer par le pseudogroupe des transformations birationnelles de l'espace projectif complexe ou réel sur lui-même, f étant une application algébrique d'une variété algébrique sans singularités V_n dans une autre).

cation de $T^r_q(V_n)$ dans $L^r_{p,q}$, définie par $X \to (d^r_x f)X$, où X est une q^r-vitesse d'origine x.

Soit f une r-application de V_n dans V_n. Par composition, f définit une application de $T^r_p(V_n)$ dans $T^r_p(V_m)$, appelée prolongement de f et désignée encore par f. Le pseudogroupe Λ^r_n se prolonge ainsi à $T^r_p(R^n)$ ou à $T^{r*}_p(R^n)$. Le prolongement de $\varphi \in \Lambda^r_n$ s'écrit :

$$(x, y) \to (\varphi(x), \varphi^r_x y), \qquad \text{où} \quad x \in R^n, \; y \in L^r_{n,p},$$
$$\varphi^r_x = j^r_0(t_{\varphi(x)}\,\varphi\, t_x^{-1}) = d^r_x(\varphi\, t_x^{-1}).$$

L'élément φ^r_x de L^r_n est la *dérivée* d'ordre r de φ en x. L'atlas A admet un prolongement formant un atlas de $T^r_p(V_n)$ sur $T^r_p(R^n) = R_n \times L^r_{n,p}$, compatible avec le prolongement de Λ^r_n. Il détermine sur $T^r_p(V_n)$ une structure fibrée de symbole $T^r_p(V_n, M^r_{n,p}, L^r_n, H^r(V_n))$. Pour $h \in H^r(V_n)$ l'application $y \to hy$ est un isomorphisme de $L^r_{n,p}$ sur une fibre de cette structure fibrée. L'espace fibré principal associé est $H^r(V_n)$, à groupe structural L^r_n. C'est une extension ([3]) de $H^1(V_n)$, associée à l'homomorphisme canonique de L^r_n sur L_n. Le noyau de celui-ci étant homéomorphe à R^k, sa structure fibrée est déterminée à un isomorphisme près par celle de $H^1(V_n)$.

Définition. — *Un prolongement d'ordre r de V_n est un espace fibré associé au prolongement principal* $H^r(V_n)$.

Ce qui précède démontre :

Théorème. — *Les structures fibrées définies sur les prolongements d'ordre r de V_n sont déterminées, à un isomorphisme près, par la structure fibrée du prolongement principal du premier ordre.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La mesure de Hausdorff de la courbe du mouvement brownien à n dimensions.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. *Définitions et notations.* — Soit $\varphi(\rho)$ une fonction continue de la variable positive ρ, s'annulant avec ρ, et croissante, au moins pour ρ assez petit. Soit E un ensemble de points de l'espace à n dimensions. Cherchons à le recouvrir par la réunion de sphères S_ν, de rayons ρ_ν tous inférieurs à un nombre positif $\varepsilon(\nu = 1, 2, \ldots)$. Dans ces conditions, les valeurs possibles de la somme $\Sigma\varphi(\rho_\nu)$ ont une borne inférieure $m_\varepsilon(E)$, qui peut être nulle, positive, ou infinie, et qui, ε tendant vers zéro, a une limite bien définie $m(E)$, qui peut elle-même être nulle, positive, ou infinie. C'est la *φ-mesure de Hausdorff de* E.

Si E est un arc fini Γ d'une courbe de Jordan, on peut obtenir une *φ-mesure*

([3]) C. Ehresmann, *Les connexions infinitésimales* (*Colloque de Topologie, C. B. R. M.*, Bruxelles, 1950).

majorée, $\mu(\Gamma)$, qui majore $m(\Gamma)$. A cet effet, nous supposerons Γ décomposé en arcs consécutifs γ_ν. Dans ces nouvelles conditions, $\Sigma\varphi(\rho_\nu)$ a une borne inférieure $\mu_\varepsilon(\Gamma) \geqq m_\varepsilon(\Gamma)$, qui a elle-même, ε tendant vers zéro, une limite $\mu(\Gamma) \geqq m(\Gamma)$.

Un paramètre t étant choisi sur Γ, nous appellerons intervalle i (ou i_ν) des intervalles de l'axe des t de la forme $[k/2^h, (k+1)/2^h]$. Si nous restreignons le choix des γ_ν aux arcs dont les images sur l'axe des t sont des intervalles i_ν, $\mu_\varepsilon(\Gamma)$ et $\mu(\Gamma)$ ne peuvent être qu'augmentés. Nous obtenons ainsi de nouvelles majorantes $\overline{\mu}_\varepsilon(\Gamma)$ et $\overline{\mu}(\Gamma)$.

2. *Application au mouvement brownien.* — Nous prendrons pour Γ l'arc $(0, T)$ de la courbe du mouvement brownien à n dimensions ($n \geqq 1$), et nous restreindrons aux fonctions $\varphi(\rho)$ telles que $\varphi(\rho)/[\rho^2 \log\log(1/\rho)]$ ait, ρ tendant vers zéro, une limite déterminée c (pouvant être nulle ou infinie). Alors :

THÉORÈME 1. — *On a presque sûrement* $\mu(\Gamma) = c\lambda_n T$, λ_n *étant la plus petite racine positive de la fonction* $u(s)$, *solution holomorphe à l'origine de l'équation différentielle*

$$2s\frac{d^2u}{ds^2} + n\frac{du}{ds} + u = 0.$$

La démonstration repose sur la recherche des intervalles i_ν, de longueurs $l_\nu = 2^{-h_\nu}$, qui soient des images d'arcs γ_ν pouvant être entourés chacun par une sphère de rayon ρ_ν tel qu'on ait à la fois $\rho_\nu \leqq \varepsilon$ et $\rho_\nu^2 \log\log(1/\rho_\nu) \leqq \lambda l_\nu$. Les points de l'intervalle $(0, T)$ recouverts par ces intervalles i_ν forment un ensemble dont la mesure, quand ε tend vers zéro, tend presque sûrement vers zéro si $\lambda < \lambda_n$ et vers T si $\lambda \geqq \lambda_n$.

THÉORÈME 2. — *On a presque sûrement* $\mu(\Gamma) = ck_n T$, k_n *étant une constante* > 0 *et* $\leqq \lambda_n$.

3. L'étude de $m(\Gamma)$ est plus difficile, sauf évidemment si $n = 1$, cas où Γ est un segment rectiligne. A chaque sphère S, faisons correspondre l'ensemble $\overline{\gamma}(S)$ des points de Γ intérieurs à S et soit $\gamma(S)$ l'arc de $\gamma(S)$ ayant sur l'axe des t la plus grande image. Les images de $\gamma(S)$ et $\gamma(S)$ ont des mesures $\Phi(S, \Gamma)$ et $\Phi(S, \Gamma)$, dont les bornes supérieures, lorsque S varie, son rayon ρ restant fixe et un point donné de Γ restant à son intérieur, sont des variables aléatoires U_ρ et $\overline{U}_\rho$. On peut dire en gros que U_ρ joue dans l'étude de $m(\Gamma)$ le même rôle que U_ρ dans celle de $\mu(\Gamma)$; dans les deux cas, ce qui importe surtout, c'est la probabilité des valeurs de U_ρ, ou U_ρ, grandes par rapport à sa valeur probable.

Or, pour ρ très petit, $E\{U_\rho\}$ est de l'ordre de grandeur de ρ^2; $E\{\overline{U}_\rho\}$ est du même ordre de grandeur si $n > 2$, mais de celui de $\rho^2\log(1/\rho)$ si $n = 2$. L'analogie que nous venons d'indiquer suggère alors l'énoncé suivant :

si $n > 2$, *le théorème 2 s'applique à $m(\Gamma)$ aussi bien qu'à $\mu(\Gamma)$, tandis que si $n = 2$ il faut remplacer* $\rho^2 \log\log(1/\rho)$ *par* $\rho^2[\log(1/\rho)][\log\log(1/\rho)]$.

Des considérations que nous ne pouvons indiquer ici nous conduisent à croire que la première partie de cet énoncé est exacte; toutefois nous ne l'avons pas démontré. Pour le cas $n = 2$, au contraire, il ne s'agit que d'une suggestion pouvant guider les recherches, et, si l'énoncé est exact, sa démonstration est sans doute plus difficile que dans l'autre cas [1].

Ce qui est sûr, c'est que $\overline{\mu}(\Gamma)$ majore $m(\Gamma)$. Donc : *si* $\varphi(\rho) = o[\rho^2 \log\log(1/\rho)]$, *en particulier si* $\varphi(\rho) = \rho^2$ (*cas où m est la mesure de Hausdorff d'ordre* 2), *$m(\Gamma)$ est presque sûrement nul*. Cet énoncé, valable quel que soit n, répond à une question qui nous a été posée il y a un an par M. A. Dvoretsky.

THÉORIES PHYSIQUES. — *Les méthodes de la seconde quantification et de l'espace de configuration en théorie relativiste des systèmes de particules. — V. Dérivation de l'équation de Bethe et Salpeter.* Note (*) de M. **Maurice Jean**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les considérations sur le passage de la seconde quantification à l'espace de configuration esquissées dans deux autres Notes [1] et utilisées pour dériver deux types d'équations relativistes pour le deutéron [2] sont étendues ici de façon à donner une déduction de l'équation de Bethe et Salpeter, à partir de la théorie des champs.

Récemment, Bethe et Salpeter [3] ont proposé un nouveau type d'équation pour décrire les états stationnaires du deutéron. Cette équation n'est pas à proprement parler déduite de la théorie quantique des champs, mais est obtenue par une extension du formalisme de Feynman [4]. Nous voulons dans l'esprit de notre série de Notes, donner ici une justification de l'équation en la dérivant de la théorie des champs quantifiés sous la forme donnée par Tomonaga-Schwinger. Il nous faut ici modifier la méthode générale utilisée précédemment car la fonction d'ondes introduite par Bethe et Salpeter diffère des fonctions d'ondes conventionnelles [5]. Nous nous inspirerons plutôt des méthodes

---

[1] La raison de ce fait est que, si $n > 2$, et si l'hypothèse du texte est exacte, une majoration peu précise de la différence $U_\rho - \overline{U}_\rho$ suffit à prouver que la probabilité des grandes valeurs est sensiblement la même pour U_ρ et pour $\overline{U}_\rho$; si $n = 2$, une telle majoration ne renseigne pas assez exactement sur les grandes valeurs de $\overline{U}_\rho$.

(*) Séance du 13 août 1951.

[1] M. Jean, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1183 et 1200.

[2] M. Jean, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 2405.

[3] *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 26, 1951, p. [illegible] et *Phys. Rev.* (sous presse). M. Lévy nous a fait connaître l'existence de ce travail avant publication.

[4] *Phys. Rev.*, 76, 1949, p. 749 et 769.

[5] Dans la fonction d'ondes $\Psi(x_1, x_2)$ introduite par Bethe et Salpeter, les deux points x_1 et x_2 ne sont pas nécessairement séparés par une distance du genre espace.

utilisées par Dyson [6] et Feynman lui-même dans la preuve de l'équivalence de son formalisme avec celui de la seconde quantification.

Dans le cas de champs sans interaction, le noyau de Feynman a été défini par Dyson à partir de la théorie des champs sous la forme

$$S_F(x-y) = (\Phi_0, \varepsilon(xy)\,P(\psi(x)\bar{\psi}(y))\Phi_0).$$

Pour définir le noyau $S_F^{(1)}(x_1x_2;\, y_1y_2)$ pour deux nucléons en interaction par l'intermédiaire du champ de méson, nous procéderons par analogie et vérifierons que la grandeur définie coïncide avec le noyau de Feynman. Nous poserons

$$(1)\qquad C_v S_F^{(1)}(x_1x_2;\, y_1y_2) = \left(\Phi_0, \varepsilon(x_1x_2y_1y_2)\,P\left(\underline{\psi}(x_1)\,\underline{\psi}(x_2)\,\underline{\bar{\psi}}(y_1)\,\underline{\bar{\psi}}(y_2)\right)\Phi_0\right).$$

L'opérateur de champ $\underline{\psi}(x)$ de la représentation d'Heisenberg est défini à partir de l'opérateur $\psi(x)$ de la représentation d'interaction par

$$\underline{\psi}(x) = U^{-1}[\sigma, -\infty]\,\psi(x)\,U[\sigma, -\infty],$$

où $U[\sigma, -\infty]$ est l'opérateur introduit par Schwinger [7], qui satisfait à

$$i\frac{\partial U[\sigma, -\infty]}{\partial\sigma(x)} = \mathcal{H}(x)\,U[\sigma, -\infty], \qquad U[-\infty, -\infty] = 1,$$

la surface σ passant par le point x. Le symbole $\varepsilon(x_1x_2y_1y_2)$ est une généralisation de $\varepsilon(x_1x_2)$ et est égal à -1 ou $+1$, suivant que la permutation des temps dans P est paire ou impaire. C_v est la constante introduite par Feynman et est définie ici par

$$\Phi_0[+\infty] = C_v\Phi_0 \qquad \text{ou} \qquad C_v = (\Phi_0, U[+\infty, -\infty]\,\Phi_0).$$

En utilisant le développement

$$U[\sigma_1, \sigma_2] = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-i)^m}{m!}\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d^4x_1 \ldots \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d^4x_m\,P(\mathcal{H}(x_1)\ldots\mathcal{H}(x_m)),$$

on peut écrire $S_F^{(1)}$ sous une forme qui met en lumière la connection du formalisme de Feynman avec celui de la matrice S. On a en effet

$$C_v S_F^{(1)}(x_1x_2;\, y_1y_2) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-i)^m}{m!}\varepsilon(x_1x_2;\, y_1y_2)\Bigg(\Phi_0, \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \ldots \int_{-\infty}^{+\infty} dz_m P$$
$$\times\left[\psi(x_1)\psi(x_2)\mathcal{H}(z_1)\ldots\mathcal{H}(z_m)\bar{\psi}(y_1)\bar{\psi}(y_2)\right]\Phi_0\Bigg).$$

On constate alors en explicitant le développement que la fonction S_F^1 coïncide avec le noyau $K(x_1x_2;\, y_1y_2)$ de Feynman. Bethe et Salpeter ont montré que ce développement pouvait être condensé en une équation intégrale.

---

(6) *Phys. Rev.*, 75, 1949, p. 486.
(7) *Phys. Rev.*, 76, 1949, p. 730.

On a, par exemple, au second ordre

$$(2)\qquad S_F^{(1)}(x_1 x_2;\, y_1 y_2) = S_F(x_1 - y_1)\, S_F(x_2 - y_2) - \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2$$
$$S_F(x_1 - z_1)\, S_F(x_2 - z_2)\, O^{(1)} O^{(2)}\, \Delta_F(z_1 - z_2)\, S_F^{(1)}(z_1 z_2,\, y_1 y_2).$$

On peut maintenant définir une fonction d'ondes généralisée par analogie avec la façon dont Feynman définit son noyau pour une particule. De même qu'il écrit $K(xy) = \sum_n U_n(x)\, \overline{U}_n(y)$ pour $t_x \supset t_y$ nous poserons

$$(3)\qquad C_v\, S_F^{(1)}(x_1 x_2;\, y_1 y_2) = \sum_n U_n(x_1 x_2)\, \overline{U}_n(y_1 y_2) \qquad \text{pour} \quad t_{x_1} \quad \text{et} \quad t_{x_2} \supset t_{y_1} \quad \text{et} \quad t_{y_2},$$

On est donc conduit à définir, en comparant avec (1),

$$(4)\qquad U_n(x_1 x_2) = \big(\Phi_0,\ \varepsilon(x_1 x_2)\, P[\psi(x_1)\, \psi(x_2)]\, \Phi_n\big),$$

où Φ_n est le vecteur propre de l'énergie totale du système correspondant à la valeur propre E_n. On peut alors montrer que $U_n(x_1\, x_2)$ peut être considérée aussi comme fonction propre pour la même valeur propre. D'autre part on peut justifier en utilisant l'hypothèse de l'ascension adiabatique de la charge que

$$\iint_{\sigma^{(1)} = \sigma^{(2)} = -\infty} \overline{U}_n(x_1\, x_2)\, \gamma_\mu^{(1)} \gamma_\nu^{(2)}\, U_m(x_1\, x_2)\, d\sigma_\mu^{(1)}\, d\sigma_\nu^{(2)} \approx \delta_{nm}.$$

Utilisant (2), (3) et (5) on montre que la fonction d'ondes $U(x_1\, x_2)$ qui décrira les états liés du système de deux nucléons, obéit elle-même à une équation intégrale

$$U(x_1\, x_2) = -\int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y_2\, S_F(x_1 - y_1)\, S_F(x_2 - y_2)\, O^{(1)} O^{(2)}\, \Delta_F(y_1 - y_2)\, U(y_1\, y_2),$$

qui est l'équation de Bethe et Salpeter quand on se limite au second ordre.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la notion de système physique.* Note (*) de Mme **Paulette Destouches-Février**, présentée par M. Louis de Broglie.

La notion de système physique doit respecter les possibilités expérimentales. La composition d'un système est une grandeur observable, non une propriété intrinsèque; elle peut être caractérisée par un seul nombre entier. L'opérateur d'évolution obéit à une équation intégrale.

1. En physique classique, les résultats de mesures peuvent être attribués aux systèmes comme des propriétés intrinsèques; les « systèmes physiques »

(*) Séance du 13 août 1951.

et les « valeurs » des grandeurs sont objectivement déterminés. En physique quantique les systèmes physiques sont considérés comme objectivement déterminés, mais les valeurs des grandeurs ne sont pas indépendantes des processus de mesure. Ainsi il y a une incohérence entre les « systèmes » et leurs propriétés physiques. Ceci n'est pas satisfaisant et systèmes et propriétés doivent tous deux être soumis aux possibilités expérimentales. La notion de « système » peut être rattachée à des processus expérimentaux, car des traces dans une plaque photographique ou une chambre de Wilson permettent, pendant la durée du processus, de considérer un système de corpuscules (en général système avec créations et annihilations). D'autre part nous avons besoin de la notion de « système » comme « objet » servant de support à nos raisonnements et à nos expériences.

2. Dans l'interprétation habituelle, un système possède à chaque instant une composition définie, bien qu'il puisse y avoir des créations et annihilations à certains instants. Cette conception semble inadéquate, car la composition d'un système doit être considérée comme une certaine grandeur observable et par suite ne peut être considérée comme une propriété intrinsèque du système (subjectivation de la notion de composition d'un système). Ceci implique qu'en général l'opérateur d'évolution $\mathfrak{U}$ n'est pas dérivable parce qu'alors il y aurait un hamiltonien; or un hamiltonien correspond à une composition définie du système. Si l'on sait que la composition restera fixée pendant un intervalle (t_1, t_2), alors, pendant cet intervalle, la composition apparaît comme une intégrale première conditionnelle du système; dans ce cas $\mathfrak{U}$ équivaut à un opérateur dérivable. Pour qu'il soit impossible de considérer la composition comme objectivement déterminée, il est nécessaire et suffissant qu'il y ait une grandeur non simultanément mesurable avec la composition; il semble bien que la masse totale du système soit une telle grandeur.

3. Il y a seulement un nombre fini de corpuscules élémentaires (caractérisés par certaines constantes comme la masse et la charge); les corpuscules complexes s'obtiennent par la méthode de fusion; un système déterminé est composé de a corpuscules de la première espèce, b de la deuxième, c de la troisième, etc. *Un nombre entier unique peut décrire la composition d'un système* de la façon suivante : 1° aux espèces de corpuscules élémentaires nous attribuons les premiers « nombres premiers », par exemple 2 au neutrino, 3 à l'électron, 5 au méson μ, 7 au nucléon (par un procédé généralisant celui du spin isotopique on peut aussi réduire tous les corpuscules de spin 1/2 à une seule espèce, alors on lui ferait correspondre le nombre 2); 2° nous attribuons les nombres premiers qui suivent aux corpuscules complexes, par exemple 11 au photon, 13 au méson π, etc. Comme par la méthode de fusion on peut construire des corpuscules complexes d'un spin arbitraire (entier ou demi-entier) aussi élevé qu'on le veut, à chaque nombre premier on peut faire correspondre une certaine espèce de corpuscules. Ainsi *on peut établir une*

correspondance biunivoque entre espèces de corpuscules et nombres premiers. Elle peut être fixée arbitrairement, mais elle l'est une fois pour toutes; 3° un système déterminé qui contient a corpuscules de la première espèce, b de la deuxième, c de la troisième, etc., sera représenté par le nombre entier n ainsi défini :

$$n = 2^a . 3^b . 5^c . 7^d . 11^e . 13^f . \ldots \tag{1}$$

Comme chaque nombre entier peut être écrit d'une seule façon sous cette forme, par cette méthode un et un seul type de système physique correspond à chaque nombre entier n. Alors un système indéterminé quelconque sera décrit par une variable x parcourant l'ensemble des entiers. La grandeur « composition » aura pour valeurs propres les entiers; elle est analogue au spin isotopique, mais avec un spectre infini dénombrable. De cette façon nous avons un procédé formel pour décrire un système indéterminé qui respecte les possibilités expérimentales.

4. *L'espace* $(\mathcal{Y})$ *des éléments de prévision (ou fonctions d'ondes) d'un système indéterminé peut être défini comme le produit direct de tous les espaces* $(\mathcal{Y}_n)$ *correspondant à la* $n^{\text{ième}}$ *valeur de* x; chaque $(\mathcal{Y}_n)$ est un espace de Hilbert séparable; un anneau de matrices est associé à cette décomposition de $(\mathcal{Y})$. Les propriétés fondamentales de la notion de prévision [1] conduisent à ce que, pour un système indéterminé, l'opérateur $\mathcal{U}$ obéit à l'équation intégrale

$$\mathcal{U}(t, t_0) = \mathcal{U}_0(t, t_0) + \int_{t_0}^{t} \mathcal{F}(t, \tau)\, \mathcal{U}(\tau, t_0)\, d\tau, \tag{2}$$

où ici $\mathcal{U}_0(t, t_0)$ est un opérateur pour lequel la composition demeure constante, c'est-à-dire que la décomposition de $(\mathcal{Y})$ en produits $(\mathcal{Y}_j)$ est invariante par rapport à $\mathcal{U}_0$; de plus

$$X_0 \in \mathcal{Y}_j \rightarrow X_0(t) \in \mathcal{Y}_j \quad \text{et} \quad X_0(t) = \mathcal{U}_0(t, t_0)\, X_0 = \mathcal{U}_j(t, t_0)\, X_0, \tag{3}$$

où $\mathcal{U}_j$ est l'opérateur d'évolution du système déterminé correspondant au nombre entier j. Un X_0 est toujours contenu dans un produit fini de $(\mathcal{Y}_n)$ en vertu des principes de l'atomisme. Chaque $\mathcal{U}_j$ est dérivable et $\mathcal{U}_0$ est défini par (3); $\mathcal{U}_0$ caractérise le substratum du système indéterminé général.

On a ainsi les premiers éléments de la théorie du système indéterminé général. Pour aller plus loin il faut déterminer l'opérateur $\mathcal{F}(t, \tau)$ dans le cas général. Des considérations d'invariance relativiste et de théorie des champs quantifiés viennent imposer des conditions à $\mathcal{F}(t, \tau)$.

---

[1] P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 1742; *La structure des théories physiques*, p. 258-260, (Paris 1951); A. Visconti, *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 1744.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur les trajectoires d'un signal électromagnétique dans l'ionosphère*. Note de M. **Émile Argence**, présentée par M. Jean Cabannes.

Étude résumée des trajectoires, dans le plan du méridien magnétique, d'un signal hertzien, à partir des expressions approchées de l'indice de réfraction étudiées dans un travail précédent [1]. Cette étude constitue une solution analytique approchée du problème de Pœverlein [1].

1. *Notations*. — Nous utilisons les notations de notre précédent travail [1]. Nous supposons satisfaites les conditions $\omega_0^2/\omega^2 \leqq 1$ (rayon ordinaire), $\omega_0^2/\omega^2 \leqq 1 - \omega_H/\omega$ (rayon extraordinaire) et nul le nombre de chocs.

2. *Trajectoires à incidence normale*. — Nous avons l'équation différentielle [1]

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\rho_m^2 \cos^2 \delta + \rho_M^2 \sin^2 \delta}{(\rho_M^2 - \rho_m^2) \sin \delta \cos \delta}$$

($\rho_m = \mu_m$, $\rho_M = \mu_M$, pour le rayon ordinaire; $\rho_m = n_m$, $\rho_M = n_M$, pour le rayon extraordinaire).

Aux points de réflexion des rayons ordinaire et extraordinaire nous avons

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = \operatorname{tg} \delta \qquad (\omega_0^2 = \omega^2);$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_e = -\frac{2 + \operatorname{tg}^2 \delta}{\operatorname{tg} \delta} \qquad (\omega_0^2 = \omega^2 - \omega\omega_H)$$

en accord avec les résultats de Cotte [2].

En admettant pour loi de variation de la fréquence critique :

$$\omega_0^2 = \omega_c^2 \left[2 \frac{y}{y_m} - \left(\frac{y}{y_m} \right)^2 \right],$$

(y_m, altitude du maximum d'ionisation de la couche; y, altitude évaluée à partir de la base de la couche), nous obtenons :

a. Pour le rayon ordinaire. — Trois types de trajectoires suivant que $\sin^2 \delta$ est inférieur, égal ou supérieur à l'expression

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2} \right) \left(\frac{\omega + \omega_H}{\omega_H} \right).$$

Ces trajectoires s'expriment à l'aide des fonctions élémentaires arctg et log. La déviation du rayon sera donnée par la condition $\mu_m = 0$.

b. Pour le rayon extraordinaire. — Nous avons également trois types de

[1] *Comptes rendus*, **232**, 1951, p. 2080.

[2] *Notes préliminaires du L. N. R.*, n° 96.

trajectoires suivant que $\cos^2 \delta$ est inférieur, égal ou supérieur à l'expression

$$\frac{\omega}{\omega_H}\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\left(1 - \frac{\omega_H^2}{\omega^2}\right)\right].$$

La déviation est calculée à partir de la relation $\omega_0^2 = \omega^2 - \omega\omega_H$.

3. *Trajectoires à incidence oblique.* — Nous nous limitons dans ce qui suit au rayon ordinaire ([3]). L'équation différentielle relative au vecteur de Poynting nous conduit à envisager trois types de trajectoires; ceci résulte de la discussion de l'expression

$$y_\alpha = \frac{(\mu_m^2 - \mu_M^2)\sin\delta\cos\delta\sin\alpha_0 \pm \mu_m\mu_M\sqrt{\mu_M^2\sin^2\delta + \mu_m^2\cos^2\delta - \sin^2\alpha_0}}{\mu_m^2\cos^2\delta + \mu_M^2\sin^2\delta}.$$

a. Si l'on a

$$\sin\alpha_0 < \sqrt{\frac{\omega_H}{\omega + \omega_H}}\sin\delta,$$

les trajectoires possèdent un point de rebroussement dont l'ordonnée est donnée par $\mu_m = 0$ (cas de *pseudo-réflexion*);

b. pour

$$\sin\alpha_0 > \sqrt{\frac{\omega_H}{\omega + \omega_H}}\sin\delta,$$

les trajectoires du signal électromagnétique sont normalement réfractées; l'ordonnée du maximum va décroissant pour α_0 croissant.

c. $\sin\alpha_0 = \sqrt{\omega_H/(\omega + \omega_H)}\sin\delta$ définit la trajectoire limite.

Dans le cas où μ_M^2 et μ_m^2 sont des fonctions quadratiques de l'altitude y, les trajectoires peuvent être calculées à l'aide des intégrales hyperelliptiques. Pour une variation linéaire de la densité électronique, l'équation générale s'exprime à l'aide des fonctions de Weierstrass : p, σ et ζ.

Au voisinage du pôle magnétique ($\delta = \pi$) et de l'équateur magnétique ($\delta = \pi/2$), les trajectoires s'expriment simplement à l'aide des fonctions de Jacobi. Les trajectoires ne présentent aucune singularité au voisinage du pôle.

4. *Applications expérimentales.* — L'étude des trajectoires à incidence normale et à incidence oblique trouve une application importante dans l'examen des sondages ionosphériques effectués durant une éclipse totale de Soleil comme l'a signalé récemment Forsgren ([4]), ainsi que pour l'étude de la microstructure de l'ionosphère particulièrement dans les régions polaires ([5]) et de la transmission d'impulsions à moyenne distance ([6]).

([3]) L'étude des trajectoires relatives au rayon extraordinaire conduit dans le cas général à l'évaluation d'intégrales hyperelliptiques.

([4]) *Trans. of Chalmers University*, Gothenburg, n° **104**, 1951.

([5]) J. C. W. SCOTT, *Journ. Geophys. Res.*, 55, 1950, p. 65.

([6]) C'est-à-dire lorsqu'on admet une petite variation de δ le long de la trajectoire $(\Delta\delta/\delta)^2 \sim 0$.

OPTIQUE. — *Interférence des deux faisceaux émergeant d'une lame de Lummer-Gehrcke.* Note (*) de MM. **Edmond Charron** et **Norbert Segard**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous avons déjà signalé ([1]) l'existence et les principales propriétés des franges F dues à l'interférence des deux faisceaux H et B, composés de 18 faisceaux partiels pratiquement juxtaposés et sortant, sous l'émergence rasante, des deux faces opposées d'une lame de Lummer. Nous donnons ici le principe de leur formation.

Les rayons de H et B qui interfèrent doivent, pour être cohérents, provenir d'un même élément *ds*, parallèle aux franges de la source éclairante. La position de ce *ds* détermine la valeur de l'angle d'émergence géométrique $\alpha_0(\alpha_0 < 2 \times 10^{-3}$ radian). Les diverses franges F qui proviennent de ce *ds* correspondant à des directions variables autour de α_0 de H et B, il faut faire appel à la diffraction.

I. Formation des franges F dans le plan focal de l'objectif. — 1. *Diffraction de l'un des 18 faisceaux partiels.* — Une première diffraction sur le diaphragme d'entrée le fait sortir de la lame sous l'angle $(\alpha_0 - u_1)$, puis, dans le plan mené par le bout de la lame, une seconde le dévie de u_2. Cette seconde diffraction explique qu'un faisceau du haut puisse donner de la lumière au-dessous de la face supérieure.

Les diffractés ayant subi la même déviation totale $u = u_1 + u_2$ convergent en un même point P du plan focal d'un objectif. Désignons par MN la trace de ce faisceau sur la face supérieure et dans le sens de la lame de Lummer ($MN = l \simeq 6^{mm}$) et considérons un pinceau géométrique dont le rayon inférieur aboutit en un point K tel que $\overline{MK} = x (0 < x < l)$. Parmi tous les diffractés que donne ce pinceau sur le diaphragme d'entrée, le faisceau de diffractés parallèles qui sort de la lame sur une largeur égale à dx en subissant la déviation $u_1 (u_1 < 10^{-1}$ radian) apporte en P une amplitude proportionnelle à $(\alpha_0 - u_1)dx$ et puisque l'ensemble des pinceaux ainsi diffractés entre les directions u_1 et $u_1 + du_1$ donne, en P, une amplitude proportionnelle à du_1 posons cette amplitude égale à $(\alpha_0 - u_1)\, dx\, du_1$. Le calcul du déphasage de ces diffractés issus de K sur ceux parallèles issus de M permet de connaître la vibration résultante V en P de tous les diffractés provenant du faisceau géométrique caractérisé par α_0. En désignant par b la distance de M à l'extrémité de la lame ($0 < b < 12$ cm) on trouve, moyennant certaines approximations

(*) Séance du 13 août 1951.

([1]) *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1411; **230**, 1950, p. 1264.

justifiées par la valeur de α_0

$$V = \int_{x=0}^{x=l} \int_{u_1=-0,1}^{u_1=\alpha_0} (\alpha_0 - u_1)$$

$$\sin \left\{ \omega t + \frac{2\pi}{\lambda} \left[x\alpha_0 u + (b - x) u u_1 - \frac{(b-x) u_1^2}{2} \right] \right\} dx\, du_1.$$

L'amplitude résultante dépend de b : les 18 faisceaux n'ont donc pas rigoureusement la même intensité. Mais en prenant sur les courbes d'intensité des points homologues obtenus en considérant la direction géométrique, $u = u_1 + u_2 = 0$, on peut ramener le calcul de V à ceux d'intégrales de Fresnel de sinus et de cosinus intégraux et ceux-ci montrent que l'intensité résultante ne subit que des fluctuations insignifiantes lorsque b varie de 1 à 12 cm. Par ailleurs pour $\alpha_0 = 10^{-3}$ le pouvoir réflecteur de la lame étant $1 - 4,1 \times 10^{-3}$, on peut considérer que les 18 faisceaux ont des intensités pratiquement égales.

2. *Composition des 18 faisceaux diffractés sortant d'un même côté de la lame.* — Chacun de ces faisceaux, avec ses diffractés, peut être remplacé par un rayon unique pivotant par diffraction autour de la direction géométrique. Ces rayons résultants sont écartés, à leur sortie de la lame, de l et présentent l'un par rapport à l'autre, en un point P d'une frange F, la différence de marche $\delta \simeq l\alpha_0 u + 2ne\cos r$. Le terme $2ne\cos r$ doit être très voisin de λ pour correspondre à un maximum de Lummer et le champ angulaire du grand maximum de diffraction a la valeur approchée $u = \pm \lambda/18 l\alpha_0$.

3. *Interférence des faisceaux* H *et* B. — H joue le même rôle qu'un rayon R placé au milieu de la lame, pouvant par diffraction pivoter autour de la direction géométrique en son point de rencontre Q avec le plan mené par le bout de la lame et ayant en ce point la phase du rayon géométrique qui y passe. De même B est remplacé par R′ pivotant autour de Q′. R et R′ qui interfèrent en P présentent en Q et Q′ une différence de marche, fonction seulement de α_0, à laquelle s'ajoute celle (QQ′.α), α déterminant P. D'où les franges F de largeur angulaire, à partir du centre optique de l'objectif,

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{QQ'} \simeq \frac{\lambda}{e}.$$

Tout cela concerne les franges F produites par une bande horizontale infiniment étroite de la source. Mais on a déjà montré qu'une partie infime de cette source était utile (moins de 1 micron dans le sens normal aux faces de la lame) et l'on peut démontrer que les bandes voisines constituant cette partie utile de la source donnent des systèmes de franges qui ne s'embrouillent pas.

II. Franges F en dehors du plan focal de l'objectif. — Comparables aux franges d'Young les franges F ne sont pas localisées. On peut généraliser les résultats précédents pour expliquer leur formation et retrouver le sens et la valeur des variations de leur interfrange avec le plan d'observation.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la répartition angulaire des fragments de différentes charges émis au cours des explosions nucléaires sous l'action des rayons cosmiques.* Note (*) de M. **Jean Crussard**, présentée par M. Louis Leprince-Ringuet.

Observation des fragments lourds dans les « étoiles » cosmiques des plaques photographiques. Leur direction d'émission est comparée à celle des particules plus légères, α et protons. On remarque une préférence marquée pour l'émission des fragments à moins de 90° du primaire prolongé, même aux faibles énergies.

Divers observateurs ont mis en évidence dans les désintégrations nucléaires produites par les rayons cosmiques dans les plaques photographiques, l'émission de fragments lourds, noyaux de charge $Z \geqq 3$, allant jusqu'à $Z \sim 10$ [1] [2] [3] [4]. Les propriétés en ont été étudiées par Perkins [5] pour les fragments lents, et Sörensen [6] pour les noyaux de lithium plus rapides.

Nous avons examiné la direction d'émission de ces fragments aux diverses valeurs de leur énergie cinétique et comparé cette répartition avec celle des particules de $Z = 2$ et $Z = 1$.

Ces observations ont été faites sur des émulsions Ilford G 5 de 200 μ d'épaisseur, exposées par ballons à haute altitude (20 à 30 000 m).

Environ 1 200 étoiles de trois à six branches et 2 500 étoiles de sept branches au moins ont été examinées. Dans les premières, aucun fragment lourd certain n'a été vu. Dans les secondes, on a observé 134 fragments de Z compris entre 3 et 8 environ, ayant des énergies cinétiques totales allant de 20 à 150 MeV. Dans les résultats qui suivent, on n'a gardé que le cas des étoiles produites par une particule de charge 1 au minimum d'ionisation (100 fragments).

A. L'identification et l'estimation de l'énergie des fragments a été faite :

1° par la fréquence des rayons δ (ionisation secondaire) de plusieurs dimensions. Les courbes de référence ont été obtenues au moyen de protons et de particules α terminés dans l'émulsion;

2° par l'amincissement de traces épaisses au départ, terminées en pointe dans l'émulsion (longueurs : 35 à 200 μ). L'amincissement est dû à la capture progressive des électrons et au raccourcissement des rayons δ

(*) Séance du 23 juillet 1951.

(1) Occhialini et Powell, *Nature*, 159, 1947, p. 93.

(2) Bonetti et Dilworth, *Phil. Mag.*, **40**, 1949, p. 585.

(3) Hodgson et Perkins, *Nature*, 163, 1949, p. 439.

(4) Sörensen, *Phil. Mag.*, **40**, 1949, p. 947.

(5) *Proc. Roy. Soc.*, **203**, 1950, p. 399.

(6) *Phil. Mag.*, **42**, 1951, p. 188.

B. *Particules α.* — Pour les trajectoires non terminées dans l'émulsion (le tiers environ) l'énergie a été estimée au moyen des rayons δ et de l'aspect de la trajectoire.

C. *Protons* (en fait, cette catégorie comprend sans doute quelques ^{2}H, ^{3}H, même mésons π). — Nous avons relevé, dans une partie des étoiles, toutes les trajectoires correspondant à $Z = 1$ ayant une inclinaison de moins de 56° sur le plan de la plaque, et une ionisation d'au moins trois fois le minimum. L'énergie, pour les trajectoires sortant de l'émulsion, a été estimée par comptages de grains, et, pour les protons lents, en se servant qualitativement du scattering et de la fréquence des lacunes.

Les nombres de particules sont les suivants, θ étant l'écart angulaire par rapport au primaire prolongé et ε l'énergie cinétique *par nucléon.*

	Cos θ	-1 à $-\frac{1}{2}$.	$-\frac{1}{2}$ à 0.	0 à $\frac{1}{2}$.	$\frac{1}{2}$ à 1.
Fragments.	$\varepsilon < 5$ MeV	3	4	8	21
	$5 < \varepsilon < 10$ »	3	5	10	23
	$\varepsilon > 10$ »	0	0	2	21
Particules α.	$\varepsilon < 10$ MeV	11	19	15	13
	$10 < \varepsilon < 15$ »	11	9	14	15
	$\varepsilon > 15$ »	2	0	10	10
Protons.	$\varepsilon < 20$ MeV	52	46	43	70
	$20 < \varepsilon < 50$ »	28	24	25	54
	$50 < \varepsilon < 130$ »	8	12	21	41

Pour tenir compte des particules qui échappent à l'observation par suite de leur trop forte inclinaison sur le plan de la plaque, il y a lieu de majorer les chiffres des deux colonnes centrales par rapport à ceux des colonnes extrêmes de 10 % pour les fragments, 28 % pour les α, 7 % pour les protons.

Les principaux traits de ces résultats sont les suivants :

1° Pour chaque catégorie de particules, il existe un seuil d'énergie au-dessus duquel l'anisotropie en faveur de l'avant devient sensible. Plus on dépasse cette énergie, plus la concentration vers l'avant s'accentue. Ce seuil paraît se situer, pour les protons vers 25-30 MeV, pour les α vers 10-12 MeV par nucléon, pour les fragments au-dessous de 5 MeV par nucléon (probablement entre 2 et 4 MeV, suivant la masse du fragment): A partir de 10 MeV par nucléon, les fragments sont très fortement concentrés vers l'avant.

2° La prédominance de l'émission latérale des fragments, observée par Perkins, n'a pas été nettement retrouvée. Il est vrai que les fragments étudiés par Perkins sont sans doute plus lents en moyenne que ceux observés ici.

3° Il n'apparaît pas de discontinuité entre fragments « lents » et fragments « rapides ». Ceci semble indiquer un mécanisme unique, qui devrait aussi expliquer l'émission des α rapides.

4° Les fragments lourds paraissent provenir presque exclusivement des noyaux lourds de l'émulsion. Il n'en est pas de même des α rapides.

L'explication de ces faits paraît difficile. Le processus de fission invoqué par Perkins ne paraît pas pouvoir convenir ici, à cause de la concentration vers l'avant. L'émission se produirait plutôt dans la première phase du phénomène. On est ainsi conduit à imaginer des sortes de collisions, élastiques ou inélastiques, dans lesquelles un fragment entier serait mis en mouvement par le choc d'un nucléon de recul résultant lui-même de l'impact (direct ou indirect) du primaire. On peut voir qu'en première approximation la répartition observée n'est pas incompatible avec de telles collisions.

Mais les nucléons intermédiaires devraient avoir des énergies cinétiques allant d'environ 60 à 400 MeV (dans le cas de chocs élastiques). On conçoit mal le choc de nucléons ayant une longueur d'onde associée $\bar{\lambda} = \lambda/2\pi$ variant entre 0,6 et $0,2.10^{-13}$ cm sur des fragments d'environ 3.10^{-13} cm de rayon.

De tels événements ne seraient concevables que si les forces de liaison à l'intérieur des grands noyaux devenaient, à certains moments au moins, supérieures aux liaisons généralement admises. Cette hypothèse n'est pas à écarter d'emblée.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Analyse élémentaire des mélanges sulfonitriques.* Note (*) de MM. **Maurice Dodé** et **Bernard Schoeps**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'analyse élémentaire d'un mélange sulfonitrique est beaucoup plus difficile qu'on ne l'imagine généralement et les méthodes classiques se révèlent tout à fait insuffisantes lorsque l'on a affaire à un mélange riche en anhydrides. On obtient en effet N_2O_5 et SO_3 au mieux à 1/2 % près et H_2O seulement par différence; vu le faible poids moléculaire de l'eau, une telle analyse ne fournit que des valeurs tout à fait incertaines pour la composition moléculaire du mélange analysé.

La décomposition du mélange sulfonitrique par le Cu au rouge nous a paru devoir permettre à la fois le dosage de H, de S, de N et de O sur une même prise d'essai. L'azote doit en effet se retrouver à l'état libre, le H à l'état d'H_2O, le S à l'état de SO_2, comme dans la métallurgie du Cu, l'O restant demeurant fixé à l'état de Cu_2O.

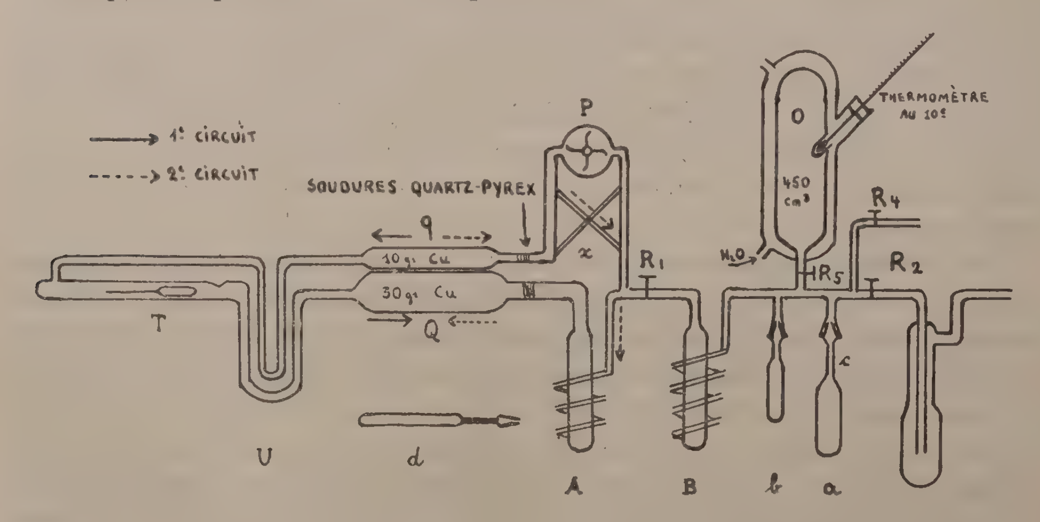
En fait, les choses se sont montrées plus compliquées; la décomposition complète du NO nécessite de nombreux passages sur le Cu; de même, le SO_3 n'est pas complètement détruit en une seule opération et l'on retrouve du SO_4H_2 dans les produits de condensation, produits qu'il faut donc

(*) Séance du 13 août 1951.

renvoyer sur le Cu chauffé. Par ailleurs, le N est retenu en proportion considérable par le Cu réduit et la désulfuration de celui-ci ne se réalise qu'imparfaitement, en raison sans doute de la fixation du S et du O du sulfonitrique en des points trop éloignés les uns des autres. Enfin, le Cu réduit retient des quantités appréciables de H qui viennent fausser considérablement le dosage de l'eau.

On remédie à ces inconvénients en utilisant du Cu partiellement oxydé; de cette façon, le H occlus est éliminé et l'oxydation du S se réalise sans difficulté; de plus, l'expérience montre que le N du sulfonitrique ne se fixe plus sur le Cu en sorte que l'on obtient un dosage très précis du N et du S : le N avec la précision que comporte la lecture des volumes gazeux, soit à 0,2 % près et le S, qui est pesé en SO_2, à 0,1 %. Par contre, l'O ne peut plus être obtenu que par différence entre l'O présent sur le Cu en fin d'opération et l'O introduit au début; on l'obtient néanmoins à 1/2 % près. Quant à l'H_2O, on l'a avec une erreur absolue de l'ordre de 1 mg. L'erreur relative peut donc être très appréciable pour les mélanges pauvres en eau, mais la précision sur le N et le S suffit, même dans ce cas, pour fixer de façon satisfaisante la formule du composé analysé. Peut-être la difficulté du dosage de l'eau provient-elle de ce qu'il faut chauffer très fort pour faire circuler le mélange à analyser et qu'il est de ce fait difficile de réaliser une déshydratation identique des parois avant et après la décomposition du sulfonitrique; la précision obtenue dans le dosage direct de l'eau serait sans doute augmentée par une réduction des dimensions de l'appareil.

Indiquons rapidement le mode opératoire.



L'ampoule étant en place, on réduit la toile de Cu par l'H_2, puis on fait le vide. R_1 étant fermé, on remplit le tube O d'O_2 sous une atmosphère, on ferme R_5 et pompe l'O_2 en excès. On ferme R_2, ouvre R_5 et R_4 et chauffe

lentement le Cu jusqu'à 780°C; l'O_2 s'absorbe complètement. On casse alors l'ampoule par chauffage de sa pointe, les tubes U étant refroidis à — 192° afin d'éviter une réaction trop rapide qui fondrait la toile de Cu. A étant à — 80°, on réchauffe lentement U tout en actionnant la pompe dans le sens I; H_2O et une partie de SO_2 se condensent en A; le NO est peu à peu réduit en N_2. Quand la substance est passée sur le Cu, on refroidit U et, grâce au dispositif en X [1], on fait circuler les gaz dans le sens II, tout en chauffant A, et ainsi de suite alternativement jusqu'à réaction totale. On condense alors SO_2 et H_2O en A à — 192°, on ouvre lentement R_1 puis R_2 et pompe le N_2 à la chute. Quand on a le vide, on réchauffe A : SO_2 et H_2O vont en B. On ferme alors R_1 et R_2 et, *a* étant à — 192°, on réchauffe B à — 80° : SO_2 va en *a*; H_2O reste en B. On scelle *a* en *c* et pèse. On refroidit *b* et réchauffe B : H_2O vient en *b*; on pèse. B étant à — 192°, on introduit du H_2 pur par R_1, A et U étant eux-mêmes à — 192° pour éviter toute diffusion d'eau vers B. L'absorption du H_2 terminée, on ferme R_1, réchauffe U et condense l'H_2O en A, par circulation du H_2 en excès. On purge B puis, B étant à — 192°, on pompe lentement le H_2; le vide obtenu, on réchauffe A puis, comme précédemment, on amène l'eau dans un petit tube *d* mis à la place de *b*, on pèse.

Notons que la méthode paraît susceptible d'applications intéressantes en analyse organique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cryoscopique de solutions dans la cryolithe fondue de quelques silicates métalliques*. Note (*) de M. **Georges Petit**, présentée par M. Paul Pascal.

Ce travail précise, grâce à la cryoscopie à haute température [1], les modifications structurales de quelques silicates métalliques lors de leur dissolution dans la cryolithe fondue; il établit un parallélisme éventuel entre ces modifications, la nature des particules finales et la configuration spatiale de leurs macromolécules telle qu'elle est révélée par les rayons X.

Nous avons étudié quelques silicates naturels typiques à ce point de vue (fayalite, enstatite, émeraude diopside, talc, kaolin, zircon).

La dissolution de ces corps détermine, à la limite de dilution accessible à l'expérience, une dépression du point de fusion suggérant un nombre de particules finales égal à la somme : silice + oxyde ou mélange d'oxydes métalliques.

---

[1] B. Schoeps, *Bull. Soc. Chim.*, Séance de Nancy, 21 juin 1951.

(*) Séance du 6 août 1951.

[1] E. Darmois, *Bull. Soc. Chim.*, (5), **17**, 1950, p. 1; E. Darmois et M. Rolin, *Comptes rendus*, **229**, 1949, p. 933; M. Rolin, *Revue de Métallurgie*, **48**, n° 3, 1951.

Ce résultat nous a suggéré qu'ils se comportaient comme une telle somme. Nous avons donc étudié quelques mélanges intéressants par leurs teneurs en éléments constituants et correspondant à celles de silicates naturels, tels que sphène forstérite, disthène, thorite, auxquels nous avons ajouté le métasilicate de sodium. Nous avons vérifié sur une enstatite naturelle (SiO_2OMg) et sur un mélange artificiel de même composition, l'identité des courbes cryoscopiques obtenues en portant en abscisse les molarités et en ordonnée l'abaissement thermique molaire $\Delta t/m$ ou encore $\Delta t/km$ (K = constante cryoscopique) qui, à la limite, représente le rapport entre les concentrations réelles en particules dissoutes d'une part et leur concentration théorique calculée en supposant que la molécule initiale ne se scinde pas d'autre part.

Tous les silicates examinés *quels qu'ils soient*, naturels ou artificiels, et indépendamment de la structure de leur maille cristalline, se coupent comme précédemment en donnant, à la limite de dilution, de la silice et des oxydes métalliques (voir *fig.* 1, 2, 3).

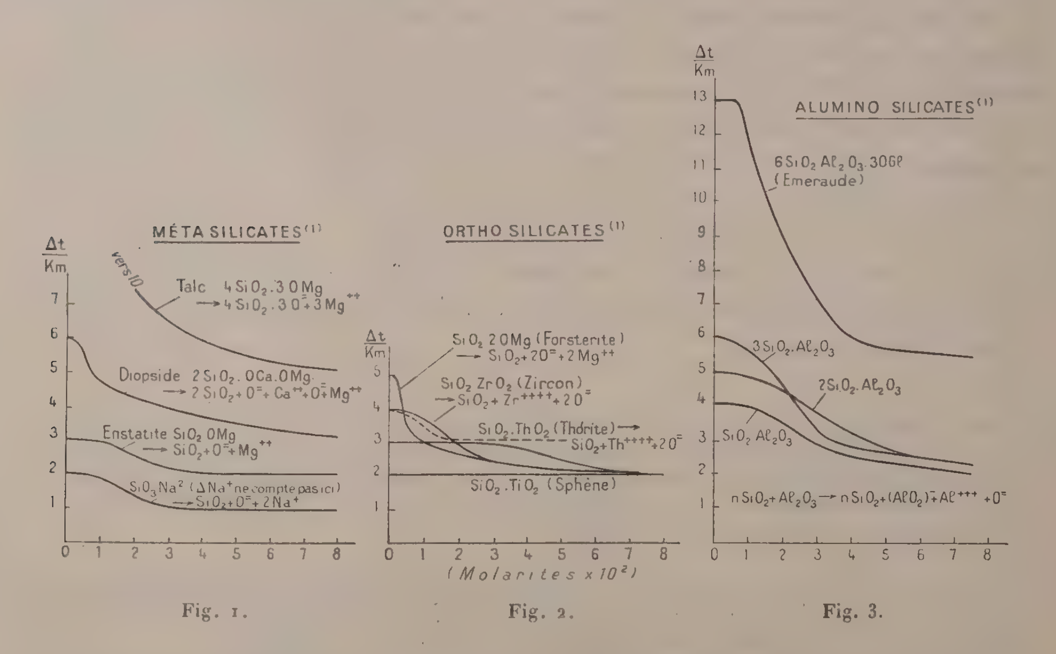


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

L'émeraude (Béryl) par exemple ($6\,SiO_2.Al_2O_3.3\,OGl$) donne 13 particules, ce qui s'explique en écrivant la suite de réactions :

a. $6\,SiO_2.Al_2O_3.3\,OGl \rightarrow 6\,SiO_2 + Al_2O_3 + 3\,OGl$ (coupure).

b. $Al_2O_3 + 3\,OGl \rightarrow 2(AlO_2)^- + Gl^{++} + 2\,OGl$ (formation d'aluminate).

c. $2\,OGl \rightarrow 2\,Gl^{++} + 2\,O^=$,

ce qui donne finalement 13 particules :

$$6\,SiO_2 + 2(AlO_2)^- + 3\,Gl^{++} + 2\,O^=.$$

Ce résultat est généralisable. Il est en accord avec les résultats obtenus par Rolin d'une part pour l'orthose ([2]); par cet auteur et par nous-même d'autre part, pour des oxydes métalliques variés ([2]) ([3]).

Nous signalerons en outre, à titre de remarque intéressante, l'existence, dans les courbes cryoscopiques des monosilicates, de paliers assez nets qui suggèrent la formation d'un ion métasilicique $(SiO_3)^{=}$, pour une molarité faible mais non limite.

En particulier le silicate de sodium révélerait l'équilibre

$$SiO_2 + O \rightleftarrows (SiO_3) \qquad (\textit{fig. } 1).$$

Les courbes obtenues pour les polysilicates (*fig.* 1) et les aluminosilicates (*fig.* 3) ne permettent par contre aucune hypothèse.

En résumé, les silicates considérés donnent, en solution diluée dans la cryolithe fondue, de la silice et les oxydes métalliques correspondants.

SPECTROCHIMIE. — *Réactions chimiques étudiées par spectrographie infrarouge.* Note (*) de M. **Germain Gauthier**, présentée par M. Jean Cabannes.

Pourvu que l'on choisisse convenablement les conditions d'expériences, la spectrographie infrarouge s'adapte à l'étude cinétique des réactions chimiques, dont l'examen peut difficilement être abordé par les méthodes usuelles. On a ainsi pu analyser le mécanisme de l'hydrogénation catalytique de l'acide propiolique et l'isomérisation des esters diéthyliques maléique et fumarique. Jusqu'ici on connaît quelques exemples d'application de l'infrarouge à des réactions chimiques en phase gazeuse, mais vraiment peu pour des éléments en phase liquide.

1. *Hydrogénation de l'acide propiolique.* — L'acide propiolique a été préparé par la méthode usuelle décrite par Sabathy ([1]) E_{12} 58 — 59° C. L'hydrogénation s'est effectuée à pression et à température normales, avec du nickel Raney comme catalyseur. On a procédé à des hydrogénations ménagées dans l'alcool méthylique, avec, comme produits de départ, les mêmes quantités d'alcool (40 cm^3), d'acide propiolique (1 cm^3) et de nickel (2 g). On arrêtait la réaction après absorption de 100, 200, 300 cm^3 d'hydrogène. On filtrait le nickel, on distillait sous vide l'alcool et on enregistrait le spectre infrarouge de chaque échantillon dans la région de l'harmonique 2ν des vibrations de valence CH, entre 1,5 et 1,8 μ, sur un spectro-

([2]) M. Rolin, *Thèse de Doctorat ès sciences physiques*, Paris, 1950 (à paraître).

([3]) E. Darmois et G. Petit, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1555.

(*) Séance du 23 juillet 1951.

([1]) *Z. phys. Chem.*, B 41, 1938, p. 183.

graphe à réseau fournissant un pouvoir de résolution de 1 Å dans cette région. La bande CH≡ caractéristique de l'acide propiolique apparaît à 1,539 μ; les bandes CH= de l'acide acrylique à 1,613 et 1,616 μ; les bandes CH– de l'acide propionique à 1,678, 1,688, 1,723 et 1,747 μ. Les dosages ont été faits sur les bandes 1,539, 1,616 et 1,747 μ respectivement pour chaque terme. La figure 1 indique, en fonction du volume d'hydrogène fixé, les concentrations des acides, présents à chaque moment dans la réaction. *La teneur en acide acrylique ne dépasse jamais 37 % dans le mélange.* Au moment où la substance a absorbé 30 % de la quantité totale d'hydrogène, la concentration en éthylénique n'augmente plus et se maintient à peu près constante jusqu'à 80 % d'hydrogène fixé. L'éthylénique se forme plus rapidement que le saturé, alors que l'inverse est vrai, si l'on opère dans l'eau et à l'état de sel de sodium.

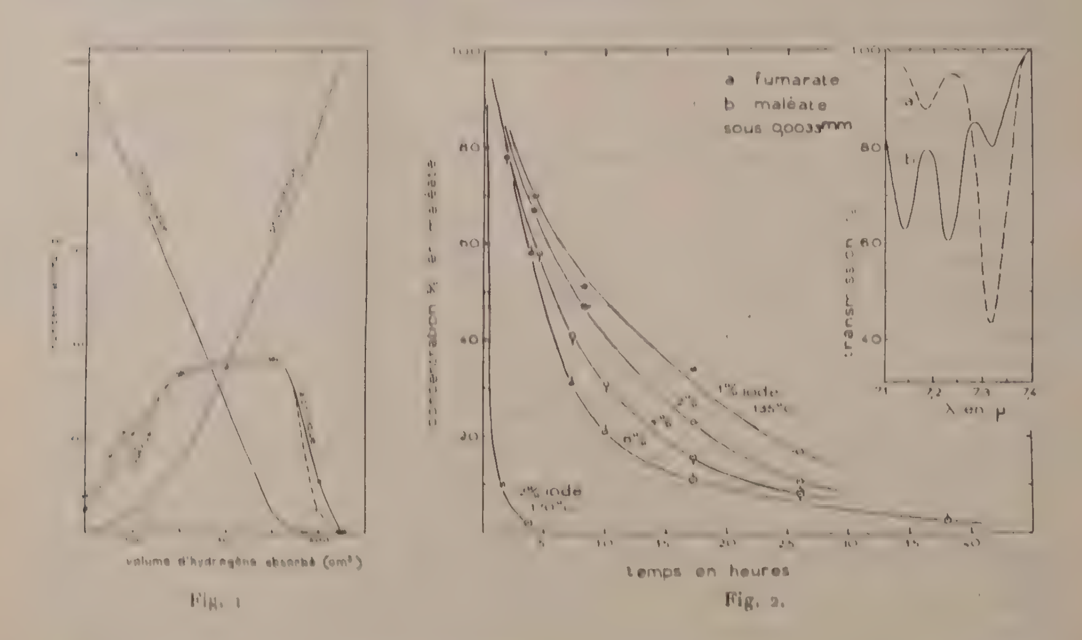


Fig. 1 Fig. 2.

2. *Isomérisation maléate-fumarate.* — Alors que cette réaction possède une énergie d'activation de l'ordre de 40 kcal : mol si elle est faite à l'état pur et gazeux (²), *on peut en réduire la valeur à 2,5 kcal : mol en introduisant des traces d'iode, ou de toute impureté pouvant se fixer temporairement sur la double liaison pour la rendre quasi mobile.* On a préparé des solutions des esters à 1, 2, 4 et 6 % d'iode. Les solutions ont été mises dans un bain d'huile thermostaté à ± 1° C. On a fait des prélèvements de 0,6 cm³ dans trois séries de mesures à 150°, 135° et 170° C. Les spectres

(²) KISTIAKOWSKY, NELLES et SMITH, *J. Amer. Chem. Soc.*, 54, 1932, p. 2208; *ibid.*, 56, 1934, p. 638.

ont été pris sur un spectrographe à prisme de fluorine, entre 7,1 et 7,4 μ, où les deux esters ont chacun deux bandes. Celles à 7,230 et 7,315 μ sont assez intenses et isolées pour permettre le dosage de l'un dans l'autre. Épaisseur des cuves = 0,04 mm (mélange en solution dans CCl_4, à raison de une partie pour 10).

Le maléate, en présence de 6 % d'iode, laissé pendant 27 jours à la température du laboratoire n'a montré aucune isomérisation. Même absence d'isomérisation pour du maléate sans iode chauffé à 135° C pendant 26 h. On a remarqué qu'une température de 100° C était nécessaire pour mettre en marche la réaction en présence du catalyseur. La figure 2 résume ces résultats. Aux erreurs d'expérience près (2 %), l'isomérisation est complète du maléate au fumarate.

CHIMIE MACROMOLÉCULAIRE. — *Constante d'équilibre de la réaction de formation du polyundécanamide*. Note (*) de M. **Roland Vergoz**, transmise par M. Pierre Jolibois.

La réaction de polycondensation de l'acide amino-11-undécanoïque en polyundécanamide est exothermique, Q # 3400 cal : mol.

Le polyundécanamide est obtenu par polycondensation de l'acide amino-11-undécanoïque $NH_2(CH_2)_{10}CO_2H$ et correspond à la formule

$$NH_2-(CH_2)_{10}-CO-(NH-(CH_2)_{10}-CO)_n-NH-(CH_2)_{10}-COOH.$$

Si l'on appelle N_0 le nombre de groupements amine (ou acide) au temps zéro et N ce nombre au temps t, le degré d'avancement de la réaction est $p=(N_0-N)/N_0$.

Il y a alors N_0p liaisons amide et N_0p molécules d'eau formées. Soit ρ la fraction de ces dernières, qui se trouvent dans le polyundécanamide. La loi d'action de masse s'écrit : $k=\rho p^2/(1-p)^2$.

Le but du présent travail est de mesurer k à différentes températures et d'en déduire la chaleur de réaction qui, dans un domaine de température assez petit pour qu'elle puisse être considérée comme une constante, est donnée par

$$\text{Log}\, k = \frac{Q}{RT} + B.$$

Il suffit de déterminer $x=1/(1-p)$ et ρ pour chaque température et de tracer la droite $\text{Log}\, k = A/T + B$.

Technique expérimentale. — Des essais préalables effectués à 210° montrent que si l'on opère la polycondensation en tube scellé, sous vide, l'équilibre est atteint au bout de 2 h.

(*) Séance du 30 juillet 1951.

Environ 700 mg de monomère sont introduits dans un tube qui est scellé sous vide, mis dans une gaine en acier et placé dans un thermostat réglé à la température désirée.

Le tube est retiré, après 24 h, brisé ; puis x et ρ sont déterminés de la façon suivante :

1° *Mesure de* ρ. — Environ 400 mg de produit, pulvérisé le plus finement possible, sont mis dans un pèse-filtre et amenés à poids constant sous vide phosphorique à 20°. La perte de poids donne la teneur en eau :

Connaissant x par une autre mesure on en déduit

$$\rho = \frac{\text{poids d'eau restant}}{\text{poids d'eau formée}};$$

2° *Mesure de* x. — *a*. les 300 mg restants sont dissous dans un mélange phénol-alcool et les groupements terminaux NH_2 sont dosés par l'acide chlorhydrique.

Tenant compte de la teneur en eau, on en déduit le degré de polycondensation x_h ; l'indice h indiquant que la mesure a été faite sur le produit non desséché.

b. On opère de même sur le produit desséché, ce qui donne x_s, l'indice s se rapportant au produit sec : x_s et x_h diffèrent au plus de 2,2. Vingt mesures ont été effectuées entre 199 et 250° dont on trouvera quelques-unes dans le tableau suivant :

Température (°C).	x_h.	x_s.	ρ.	Log k.
199	29	29,4	0,510	2,617
201	28,3	30,5	0,433	2,526
204	27,5	26,2	0,520	2,536
212	29,4	28	0,394	2,481
224	28,7	30	0,445	2,553
227	30	30,6	0,487	2,622
[illegible]	[illegible]	30,6	0,363	[illegible]
238	28	28,8	0,495	2,569
242,5	27,7	27,2	0,398	2,444
[illegible]	26,8	28	[illegible]	[illegible]

Si durant la dessiccation il y a polycondensation, la quantité d'eau retirée doit être supérieure à la quantité d'eau qui était simplement retenue, mais étant donné l'ordre de grandeur de $(x_s - x_h)$, l'erreur correspondante est négligeable.

Une série de dix mesures a montré que l'on ne peut pas mettre en évidence une polycondensation durant la dessiccation.

A partir de l'ensemble des données numériques et en utilisant la méthode

des moindres carrés on trouve :

$$\text{Log}\,k = 2,23 + \frac{1745}{T},$$

d'où $Q = 1745 . R \# 3400$ cal : mol.

La réaction de formation du polyamide est donc exothermique et l'équilibre est d'autant plus favorable à la formation de macromolécules de polyundécanamide que la température de polycondensation est plus basse.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur la relation entre la nature et la sensibilité à la corrosion des joints de grains de la solution solide aluminium-magnésium à 7 % de magnésium.* Note de M. **Pierre-A. Jacquet**, présentée par M. Albert Portevin.

Le microscope électronique met en évidence des différences morphologiques entre les constituants qui se séparent de la solution solide aluminium-7 % magnésium au revenu à 160 et 250°. Seul, le premier forme une couche continue aux frontières des grains et sensibilise l'alliage à la corrosion intergranulaire. Toutefois, l'attaque semble intéresser la périphérie de ce constituant, alors que la phase formée à 250° se corrode intégralement.

L'étude a porté sur un alliage industriel contenant : Mg, 6,36 % ; Fe, 0,38 % ; Mn, 0,31 % ; Si, 0,14 % ; Cu, 0,015 % ; partiellement homogénéisé 4 h à 475°, filé à la presse à 350-400°, trempé à l'eau, enfin étiré à froid [1]. Les spécimens sont revenus pendant des temps croissants à 160 et 250°.

L'examen micrographique et la détection de la sensibilité à la corrosion intergranulaire [attaque anodique sous 4 A : dm² en solution NaCl N [2]] sont effectués sur des surfaces polies électrolytiquement (bain acétoperchlorique le plus souvent).

État initial. — Les joints de grains sont à peine décelables au microscope optique et invisibles au microscope électronique. Le test de corrosion ne provoque que des piqûres superficielles.

État revenu à 160°. — Dès les premières heures du revenu les micrographies électroniques comportent de très petits éléments intergranulaires (*fig.* A), très souvent accompagnés d'une attaque qui peut provenir du polissage ou de l'oxydation anodique nécessaire à l'obtention de l'empreinte [3]. Cette attaque se propage vers l'intérieur d'un seul des deux grains et est en relation manifeste avec des plans cristallographiques (*fig.* B). Un aspect très compa-

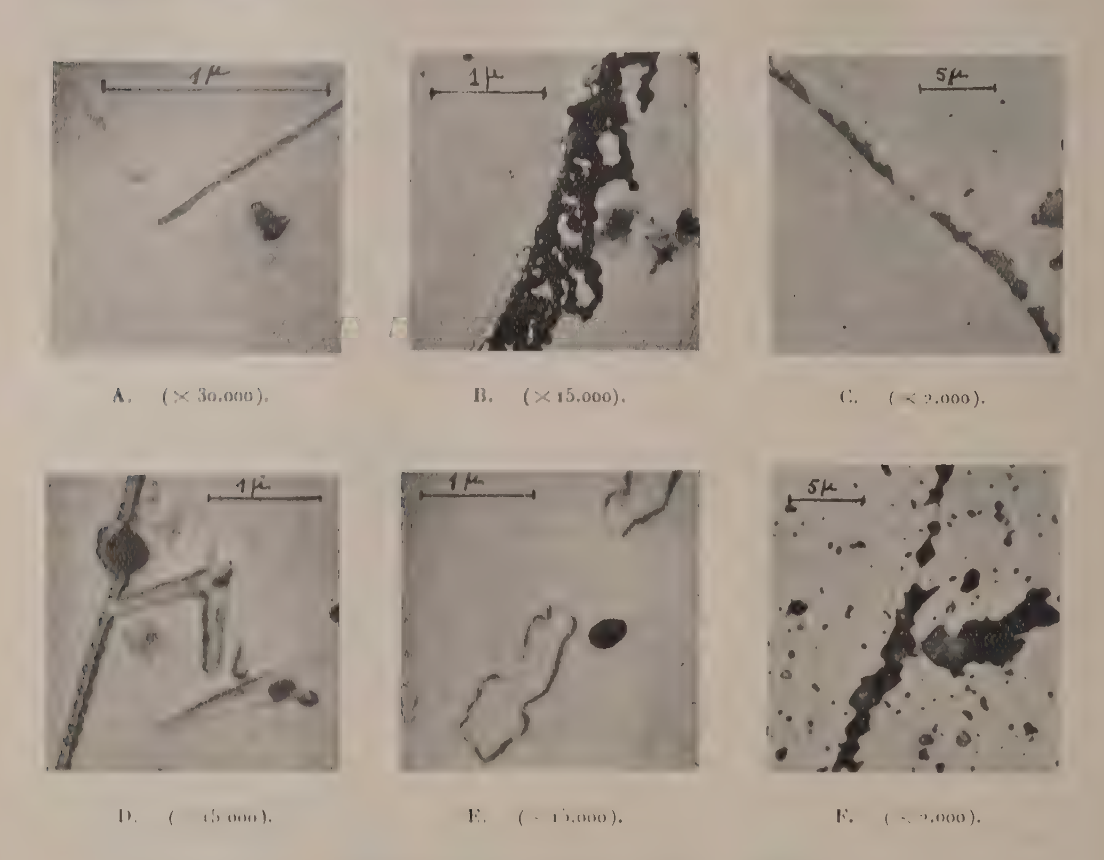
---

(1) Pour l'étude de cet alliage *voir* P. A. Jacquet et Mme A. R. Weill, *Revue de l'Aluminium*, n° **172**, 1950, p. 442 ; n° 173, 1951, p. 4 ; *La Metallurgia italiana*, 1951, p. 51.

(2) E. Herzog, *Thèse*, Lille, 1932 ; H. L. Logan, *Metal Progress*, **57**, 1950, p. 211.

(3) R. Castaing, *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1314.

rable est observé avec le microscope ordinaire sur la surface soumise au test anodique (*fig.* C). Au contraire avec les réactifs acides les joints sont uniformément dissous.



A. (× 30.000). B. (× 15.000). C. (× 2.000).

D. (× 15.000). E. (× 15.000). F. (× 2.000).

A. — Revenu 8 h à 160°. Limites de 3 grains contigus.

B. — Revenu 18 h à 160°. Joint intergranulaire légèrement attaqué au cours du polissage (bain ClO_4H-alcool-butylcellosolve).

C. — Revenu 18 h à 160°. Figures de corrosion intergranulaires se développant d'un seul côté du joint (*cf.* B).

D. — Revenu 273 h à 160°. Constituant intergranulaire continu présentant un prolongement dont les 2 segments sont parallèles à 2 plaquettes intragranulaires voisines (*cf.* B).

E. — Revenu 2 h à 250°. Plaquettes de constituants chevauchant un joint de grain.

F. — Revenu 2 h à 250°. Figures de corrosion chevauchant les joints de grains et prenant dans la solution solide les orientations déjà marquées à la périphérie des constituants sur lesquels elles s'amorcent (*cf.* E).

A partir de 100-200 h, le constituant forme sur tous les joints une couche continue, dont la largeur moyenne varie peu ensuite, qui présente des crêtes ou prolongements orientés (*fig.* D) rappelant le cheminement de l'attaque sélective aux stades antérieurs. Le précipité apparaît dans les grains vers 75 h, sous forme de plaquettes d'orientation très variable possédant une sous-structure d'origine inconnue.

L'attaque anodique provoque une fissuration intergranulaire profonde de tous les spécimens traités à 160° (30 mn à 2000 h).

Revenu à 250°. — Dès le début une phase se sépare sur les frontières des grains en plaquettes dont les contours suggèrent qu'elles se sont développées en relation avec les réseaux des deux grains adjacents (*fig.* E). Elles apparaissent simultanément dans la masse des grains et ne montrent pas de sous-structure.

Le test anodique donne des figures de corrosion amorcées sur les constituants et qui chevauchent les joints. Leur forme (*fig.* F) présente, ici encore une analogie avec les images électroniques. Pour des revenus de 1 à 184 h l'alliage n'a aucune sensibilité appréciable à la corrosion fissurante.

Conclusion. — Les constituants qui apparaissent pendant le revenu aux températures de 160 et 250° sont morphologiquement différenciés, ce qui tend à confirmer qu'il ne s'agit pas de la même phase ([4]). Des deux traitements, seul celui à 160° sensibilise l'alliage à la corrosion fissurante, et il semble que l'attaque n'intéresse pas le constituant lui-même, mais la matrice qui l'environne. Au contraire la phase formée à 250° peut s'attaquer intégralement.

Ces différences traduiraient les mécanismes respectifs de décomposition de la solution solide à 7 % de Mg aux températures inférieures et supérieures à 200° environ ([5]).

CHIMIE THÉORIQUE. — *Définition des charges, moments dipolaires et moments de transition après introduction de l'interaction de configuration.* Note (*) de MM. **Raymond Daudel** et **Alexandre Laforgue**, présentée par M. Louis de Broglie.

Le moment dipolaire $\vec{\mu}_p$ d'une configuration L.C.A.O défini par les fonctions d'onde :

$$\varphi_{ip}(i) = \sum_j c_{ijp}\psi_j(i)$$

s'écrit :

$$\vec{\mu}_p = \sum_i \int \varphi_{1p}(1)\,\varphi_{2p}(2)\ldots\varphi_{ip}(i)\ldots\vec{r}_i\varphi_{1p}(1)\,\varphi_{2p}(2)\ldots\varphi_{ip}(i)\ldots d\tau_1 d\tau_2\ldots d\tau_i\ldots$$

$$= \sum_i \sum_{j,k} c_{ijp}c_{ikp}\int \psi_j(i)\,\vec{r}_i\psi_k(i)\,d\tau_i.$$

Le moment de transition $\vec{\lambda}_{pq}$ de la configuration p à la configuration q

---

([4]) P. Lacombe, *Thèse*, Paris, 1943; *Rev. Métallurgie*, 41, 1944, p. 180, 217, 250.
([5]) E. C. W. Perryman et G. B. Brook, *J. Inst. Metals*, 79, 1951, p. 19.

(*) Séance du 6 août 1951.

s'écrit :

$$\vec{\lambda}_{pq} = \sum_{j,k} c_{jp} c_{kq} \int \psi_j(i)\, \vec{r}_i \psi_k(i)\, d\tau_i,$$

où c_{jp} et c_{kq} représentent les coefficients des orbitales différentes dans la configuration p et la configuration q et i la coordonnée de l'électron correspondant (on aurait $\vec{\lambda}_{pq} = 0$ si p et q différaient par plus d'une orbitale).

Si $\psi_j \psi_k$ possède un centre de symétrie représentable par un rayon vecteur $\vec{r}_{jk}$ on montre que

$$\vec{\mu}_p = \sum_l q_{lp} \vec{r}_{ll} \qquad \text{et} \qquad \vec{\lambda}_{pq} = \sum_l m_{lpq} \vec{r}_{ll},$$

en posant :

a. pour la charge q_{lp} de l'atome l dans la configuration p

$$q_{lp} = \sum_l \left\{ |c_{llp}|^2 + \sum_{j \neq l} c_{ljp} c_{llp} S_{jl} \right\} \quad [1],$$

où S_{jl} est l'intégrale de recouvrement de ψ_j et ψ_l;

b. pour *la mutabilité* m_{lpq} *de l'atome* l *dans la transition* $p \to q$ (contribution de l'atome l à $\vec{\lambda}_{pq}$)

$$m_{lpq} = c_{lp} c_{lq} + \sum_{j \neq l} c_{jp} c_{lq} S_{jl}.$$

On démontre [2] que toute grandeur G_{pq} de la forme

$$G_{pq} = \sum_i \int \Phi_q H_i \Phi_p \, d\tau,$$

où H_i est un opérateur agissant seulement sur i et où

$$\Phi_p = \varphi_{1p}(1)\, \varphi_{2p}(2) \ldots \Phi_q = \varphi_{1q}(1)\, \varphi_{2q}(2) \ldots$$

(l'ensemble des φ formant un système orthonormé) est insensible à l'antisymétrisation des Φ.

On voit aisément que $\vec{\mu}_p$ et $\vec{\lambda}_{pq}$ sont des G_{pq}. De sorte que les formules signalées jusqu'ici sont valables après antisymétrisation des Φ.

Introduisons maintenant les interactions de configuration en définissant les

---

(1) MULLIKEN, *J. de Chimie Physique*, 46, 1949, p. 680.

(2) A. Laforgue a démontré ce théorème dans le cas du moment polaire (Conf. du Séminaire L. de Broglie, mai 1951).

grandeurs à partir de fonctions telles que

$$\Psi_P = \sum_p s_{pP} \Phi_p \quad (^3),$$

il vient

$$\vec{\mu}_P = \sum_p s_{pP}^2 \vec{\mu}_p + \sum_{\substack{p,q \\ p \neq q}}' s_{pP} s_{qP} \vec{\lambda}_{pq},$$

$$\vec{\lambda}_{PQ} = \sum_p s_{pP} s_{pQ} \vec{\mu}_p + \sum_{\substack{p,q \\ p \neq q}} s_{pP} s_{qQ} \vec{\lambda}_{pq},$$

ou encore si les $\Psi_j \Psi_k$ possèdent des centres de symétrie :

$$\vec{\mu}_P = \sum_l q_{lP} \vec{r}_{ll} \quad \text{et} \quad \vec{\lambda}_{PQ} = \sum_l m_{lPQ} \vec{r}_{ll},$$

en définissant la charge q_{lP} d'un atome dans l'état P et sa mutabilité m_{lPQ} dans la transition P → Q par les formules

$$q_{lP} = \sum_{\substack{p,q \\ p \neq q}} (s_{pP}^2 q_{lp} + s_{pP} s_{qP} m_{lpq}),$$

$$m_{lPQ} = \sum_{\substack{p,q \\ p \neq q}} (s_{pP} s_{pQ} q_{lp} + s_{pP} s_{qQ} m_{lpq}).$$

CHIMIE THÉORIQUE. — *Les diagrammes moléculaires de l'acide benzoïque, de l'acide p-nitrobenzoïque et de l'acide p-aminobenzoïque*. Note (*) de M. **Ladislas Szabö**, présentée par M. Louis de Broglie.

Peu de travail a été fait depuis les premiers travaux de G. W. Wheland et L. Pauling [1] en ce qui concerne les diagrammes moléculaires des corps qui dérivent du benzène par la substitution des groupes — NO_2 ou — COOH.

Nous avons évalué ces diagrammes moléculaires dans le cas de l'acide benzoïque, de l'acide *p*-nitrobenzoïque et de l'acide *p*-aminobenzoïque.

Pour le faire nous avons utilisé la méthode usuelle des orbitales moléculaires en négligeant les intégrales de recouvrement, mettant toutes les intégrales de résonance β entre atomes contigus, égales, et en prenant pour les intégrales

---

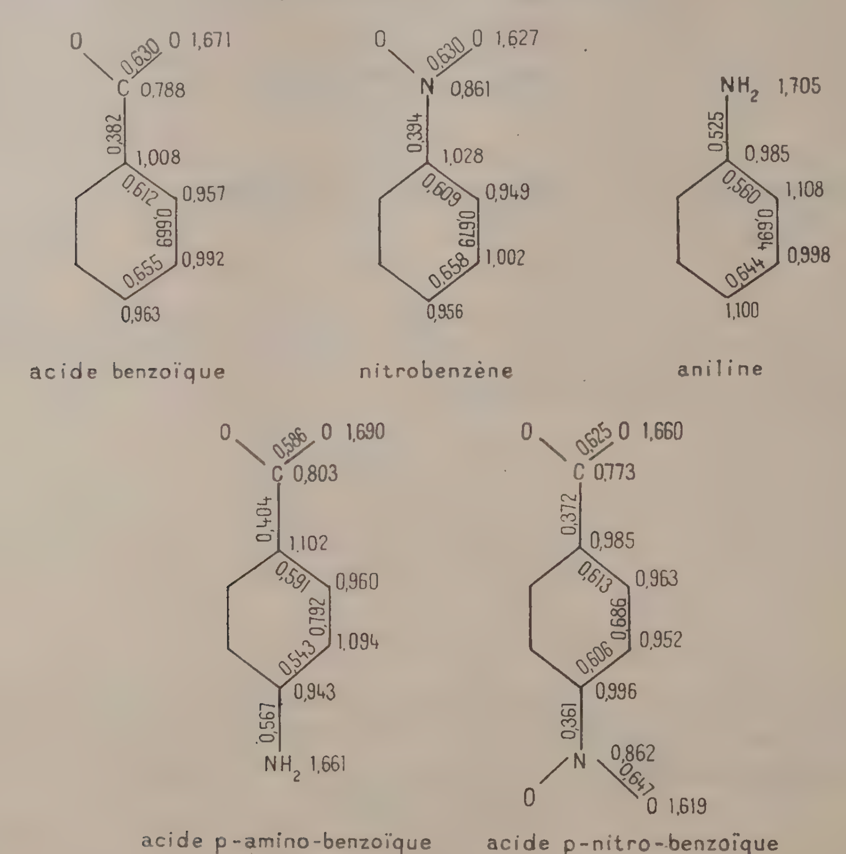
(3) C. Sándorfy nous a signalé la nécessité d'insister sur le fait qu'une configuration est alors définie comme une organisation d'électrons sur les niveaux L. C. A. O compte tenu du spin.

(*) Séance du 3 septembre 1951.

(1) *J. Amer. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 2086.

coulombiennes $\alpha_{C} = 0$, $\alpha_{N} = 0,5\,\beta$, $\alpha_{O} = 1\,\beta$ et $\alpha_{C_N} = 0,05\,\beta$ pour les carbones qui sont liés à un azote et $\alpha_{C_O} = 0,2\,\beta$ pour les carbones qui sont liés à deux atomes d'oxygène. Voici les diagrammes moléculaires de ces corps.

A titre de comparaison nous donnons les diagrammes du nitrobenzène évalué par J. I. Fernandez Alonso avec les mêmes intégrales ([2]), et celui de l'aniline interpolé d'une série de diagrammes de C. Sandorfy ([3]).



Il résulte de la comparaison des diagrammes de l'acide benzoïque et du nitrobenzène qu'un second substituant électrophile, contrairement à ce qui se produit dans le cas de l'aniline, devrait attaquer de préférence en position méta et que l'effet orientant du groupe nitro doit être un peu plus fort que celui du groupe carboxyle.

Conformément à cela on trouve dans l'acide *p*-nitrobenzoïque la plus grande charge positive en position méta par rapport au carbone qui porte le carboxyle, par conséquent un second substituant électrophile doit attaquer en méta par rapport au groupe nitro.

([2]) *Comptes rendus*, **233**, 1951, p. 403.

([3]) *Bull. Soc. Chim. France*, **16**, 1949, p. 615.

Le phénomène général que l'on observe sur le diagramme de l'acide *p*-aminobenzoïque est la forte migration des électrons de l'amine vers le carboxyle. En effet l'azote de l'amine a tendance à envoyer des électrons vers le noyau benzénique et le carboxyle à en enlever. Ces deux tendances agissent ici dans le même sens à cause de la position relative des deux substituants.

Si nous examinons maintenant les quatre positions disponibles pour une substitution (3, 2, 3′, 2′), nous voyons tout de suite que les atomes 3 et 3′ portent des charges négatives très élevées, par conséquent c'est à ces endroits qu'il faut attendre l'attaque d'un réactif électrophile comme celui du groupe NO_2^+ qui intervient dans la nitration ([4]). Cette prévision est en accord parfait avec l'expérience, comme la nitration de l'acide *p*-aminobenzoïque conduit à l'acide 3-nitro-4-aminobenzoïque. Au cours de la nitration, il y aura d'abord une formation de sel entre le groupement —NH_2 et l'acide. Dans ce cas le groupe amine enverra moins d'électrons dans le noyau. Si sa paire d'électrons est entièrement liée par cette formation de sel, le diagramme de l'acide *p*-aminobenzoïque revêtira la forme de celui de l'acide benzoïque; mais même dans ce cas ce sera la position ortho par rapport à l'amine, qui sera la plus négative. Donc de toute façon les réactifs électrophiles doivent attaquer à cet endroit.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le cours des réactions de Friedel-Crafts chez l'ortho et la méta-toluidine N-acétylées.* Note MM. **N. P. Buu-Hoï**, **Bernard Eckert** et **René Royer**, présentée par M. Marcel Delépine.

Il est montré que les réactions de Friedel-Crafts, effectuées sur la N-acétyl-*o*-toluidine, conduisent à une substitution en *para* par rapport au méthyle lorsqu'on utilise les chlorures d'acides et le chlorure d'aluminium; par contre, dans le cas de la N-acétyl-*m*-toluidine, la substitution a lieu en *para* par rapport au groupe amino.

Nous avons indiqué récemment ([1]) une méthode de synthèse des dialcoyl-2.5 anilines dissymétriques pures, basée sur la réduction par la technique de Kishner-Huang-Minlon, d'aminocétones de formule générale R—CO—Ar—NH_2, elles-mêmes préparées par réduction des cétones nitrées correspondantes. Nous nous sommes demandé si de telles aminocétones ne pourraient pas être préparées plus directement par la réaction de Friedel-Crafts, en faisant agir, sur des homologues de l'aniline (préalablement N-acétylées), des chlorures d'acides en présence du chlorure d'aluminium.

L'expérience, réalisée avec la N-acétyl-*o*-toluidine et le chlorure d'acétyle, a conduit, après hydrolyse de la fonction amide, à la *méthyl-2 acétyl-5 aniline*

([4]) C. K. Ingold, *Les réactions de la Chimie organique*, Paris, 1944.

([1]) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 1536.

(I; R $=$ CH_3) déjà connue; de même, le chlorure de propionyle a fourni la *méthyl-2 propionyl-5 aniline* (I; R $=$ C_2H_5) également connue [1]. La *méthyl-2 n-butyroyl-5 aniline* (I; R $=$ n-C_3H_7) (paillettes incolores, brillantes, F 58°, $É_{13}$ 186-187°), et la *méthyl-2 n-hexanoyl-5 aniline* (I; R $=$ n-C_5H_{11}) (huile jaune pâle, visqueuse, $É_{13}$ 209-210°, $n^{24°}$ 1,5250), obtenues de façon analogue à partir des chlorures de n-butyroyle et de caproyle, sont inédites.

R—CO, NH_2, CH_3 (I) → R—CH_2, NH_2, CH_3 (II)

R—CO, CH_3, NH_2 (III) → R—CH_2, CH_3, NH_2 (IV)

La réduction des cétones précédentes par la méthode de Kishner-Huang-Minlon, conduit aisément aux homologues suivants de l'aniline : la *méthyl-2 éthyl-5 aniline* (II; R $=$ CH_3), $n^{23°}$ 1,5475 et la *méthyl-2 n-propyl-5 aniline* (II; R $=$ C_2H_5), $n^{23°,5}$ 1,5415 déjà connues; la *méthyl-2 n-butyl-5 aniline* (II; R $= n — C_3H_7$), (huile jaune ambré, $n^{24°}$ 1,5350, É 250°, dérivé acétylé F 120°) et la *méthyl-2 n-hexyl-5 aniline* (II, R $= n — C_3H_7$) (huile jaune pâle, $n^{24°}$ 1,5250, $É_{13}$ 172-173°, dérivé N-acétylé, F 105°) n'avaient pas encore été décrites.

Il est intéressant de noter que Klingel [2], faisant réagir l'anhydride acétique sur l'*o*-toluidine en présence de chlorure de zinc, a obtenu la *méthyl-2 acétyl-4 aniline* (F 102°; dérivé acétylé, F 143-144°). Ainsi, la substitution a lieu en *para* par rapport au groupe méthyle lorsqu'on emploie les chlorures d'acétyle et d'aluminium, et en *para* par rapport au groupement amine lorsqu'on fait appel à l'anhydride acétique et au chlorure de zinc. Ce fait étonnant n'est pas sans précédent : ainsi, Bachmann et Cortes [3] acétylant le 3-méthylphénanthrène, ont observé que la substitution a lieu en position 9 avec le chlorure d'acétyle, et en position 6 avec l'anhydride acétique.

Contrairement à ce qui se passe avec l'*o*-toluidine, l'acétylation de la *m*-toluidine N-acétylée a lieu en *para* par rapport au groupement amine, et conduit à la *méthyl-3 acétyl-4 aniline* (III; R $=$ CH_3) (paillettes incolores, F 96°; $É_{13}$ 177-179°); en effet, l'action du chlorure cuivreux sur le diazoïque de cette cétone conduit à la *méthyl-2 chloro-3 acétophénone*, oxydable par

---

(2) *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 18, 1885, p. 2696.

(3) *J. Amer. Chem. Soc.*, 65, 1943, p. 1329.

l'hypobromite de sodium en acide *méthyl-2 chloro-4 benzoïque*, F 170°. Nous avons préparé d'une manière analogue la *méthyl-3 propionyl-4 aniline* (III; $R = C_2H_5$) (paillettes incolores, brillantes F 134°; $É_{13}$ 183-184°), la *méthyl-3 n-butyroyl-4 aniline* (III; $R = n.C_3H_7$) (aiguilles incolores, F 91°; $É_{13}$ 188-189°), et la *méthyl-3 n-octanoyl-4 aniline* (III; $R = n.C_7H_{15}$) (cristallise de la ligroïne en aiguilles incolores F 62°). La réduction de ces 4 aminocétones nous a conduit aisément aux homologues suivants de la *m*-toluidine :

la *méthyl-3 éthyl-4 aniline* (IV; $R = CH_3$) (huile jaune ambré, É 231°; n^{23} 1,5535, dérivé acétylé F 91°); la *méthyl-3 n-propyl-4 aniline*, (IV; $R = C_2H_5$) (huile jaune pâle, É 243°; n^{21} 1,5460; dérivé acétylé F 86°); la *méthyl-3 n-butyl-4 aniline* (IV; $R = n.C_3H_7$); (huile jaune pâle, É 258°; n^{21} 1,5410 dérivé acétylé, F 72°); et la *méthyl-3 n-octyl-4 aniline* (IV; $R = n.C_7H_{15}$) (huile jaune pâle, $É_{13}$ 186-187°). Toutes ces réductions se font avec plus de 80 % de rendement.

Une étude analogue est en cours sur les xylidines, mais d'ores et déjà, les quelques exemples donnés ci-dessus montrent l'intérêt de notre méthode pour la synthèse des homologues de l'aniline.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Note sur la similitude entre l'alpha-cellulose et la fraction des matières cellulosiques, qui, après nitration et solution dans l'acétone, peut être précipitée dans l'eau.* Note de M. **François-A. Abadie**, transmise par M. Paul Pascal.

Au cours d'essais sur l'hydrolyse des matières cellulosiques, il nous a été donné de démontrer qu'il existait un rapport direct, qualitatif et quantitatif, entre l'alpha-cellulose et la fraction des matières cellulosiques qui, après nitration et solution dans l'acétone, peut être précipitée dans l'eau et a été appelée « A » cellulose (1).

Des échantillons de coton blanchi et de bois de sapin ont été soumis à l'attaque de solutions d'acide chlorhydrique de concentrations variables durant diverses durées à température ordinaire.

Les résidus après hydrolyse ont été étudiés au moyen des méthodes ci-dessous :

1° Détermination de la quantité d'alpha-cellulose;

2° Fractionnement par la méthode de nitration de Bryde (1);

3° Détermination du poids moléculaire de la cellulose par la méthode viscométrique.

Les résultats de l'hydrolyse du coton figurent dans le tableau.

---

(1) Ö. Bryde et T. H. Smith, *Norsk Skogindustri*, II, 1950, p. 308.

Conditions de l'hydrolyse.					
Durée en heures.	Concentration de l'acide (*a*).	Résidu (%).	Alpha-cellulose (%).	« A » cellulose (%) (*b*).	Degré de polymérisation $[\eta] \times 9,8^{10^{-3}}$.
0	0	100	98,5	97,5	1132
0,08	28,5	100	96	95,3	959
0,16	28,5	99,4	95,1	94,9	887
0,25	28,5	103,4	95,2	96,1	673
1	28,5	102,2	90,9	90,2	418
3	28,5	99,3	88,7	90,4	246
6,5	28,5	99	76,4	85,6	197
17,50	28,5	97,9	65	65,7	178
0,25	33,25	99,7	93,2	93,5	508
1	33,25	98,9	91,3	95,2	308
0,08	38	98,2	92,7	94,3	592
0,50	38	94,6	69,6	75	234
1	38	83,5	50,4	50	190
17,50	38	64,3	0	0	–

(*a*), % d'acide chlorhydrique; (*b*), ramenée au poids du bois.

L'examen de ce tableau montre bien l'identité qui existe entre les quantités de « A » et d'alpha-cellulose dont les variations suivent les mêmes règles indépendamment de la concentration de l'acide, de la durée de l'hydrolyse et de l'importance du résidu.

Ces résultats ont été confirmés pour le bois de sapin, pour lequel la quantité de « A » cellulose maximum obtenue lors des cuissons [1] ou des hydrolyses est de 45 % du poids du bois, soit sensiblement le même chiffre que celui trouvé par Hägglund [2] pour le contenu en alpha-cellulose des pâtes chimiques obtenues par une cuisson douce et par König et Becker [3] pour le pourcentage du bois de sapin en alpha-cellulose.

L'examen du degré de polymérisation achève de démontrer que la « A » cellulose correspond bien à l'alpha-cellulose nitrée. Staudinger et Reinecke [4] ont montré qu'un degré de polymérisation d'environ 200 est le minimum compatible avec l'existence d'un film ou de fibres de cellulose et que la détermination de l'alpha-cellulose fait une discrimination entre la fraction des matières cellulosiques qui contribue à leur résistance et celle qui n'y contribue pas.

---

(2) *Svensk Pap. Tidn.*, 41, 1938, p. 519.

(3) *Zeits. Angew. Chem.*, 32, 1919, p. 155.

(4) *Melliand Textilber*, 20, 1939, p. 109.

Or, le degré de polymérisation minimum de la «A» cellulose est le même que celui de l'alpha-cellulose. De plus, la «A» cellulose est formée de fibres alors que la fraction du nitrate qui reste suspendue dans l'eau de précipitation, ou «B» cellulose, ne permet d'obtenir ni fibres, ni films et possède un degré de polymérisation inférieur à 80.

La «A» cellulose, par ses propriétés, son degré de polymérisation et sa quantité se révèle donc correspondre à l'alpha-cellulose nitrée. La méthode de Bryde [1] pour le fractionnement des matières cellulosiques par nitration trouve son intérêt encore accru par cette identité.

CYTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations cytologiques sur la succion de la fondatrice d'*Adelges Abietis *Kalt. sur* Picea excelsa *L. et la différenciation d'un tissu nourricier primaire par métaplasie.* Note de M. **Jean Meyer**, présentée par M. Louis Blaringhem.

La succion de la fondatrice d'*Adelges Abietis* induit la formation d'un tissu nourricier, défini d'une part par sa position par rapport aux trajets de succion, d'autre part par sa similitude cytologique avec certains tissus nourriciers de Cynipides. Cette cytologie spéciale au rôle trophique s'obtient par métaplasie, c'est-à-dire transformation cytologique sans prolifération mitotique et dédifférenciation préalables.

Comme on le sait depuis Burdon [1], la fondatrice d'*Adelges Abietis* réalise, par la succion de sa longue trompe, une transformation des tissus du bourgeon dans la région attaquée. Nous appellerons dans ce cas « tissu nourricier » le tissu où s'exerce la succion de la trompe. Pour bien délimiter physiologiquement ce tissu, il nous faudra tout d'abord étudier les trajets de succion.

a. Trajets de succion de la trompe. — Dans les coupes longitudinales de bourgeons parasités, fixés au Regaud et colorés à l'hématoxyline, les trajets de la trompe sont colorés en indigo. Ils se présentent sous forme de tubes inter- ou intracellulaires (« starre Scheiden » des auteurs allemands), qui résulteraient, d'après Zweigelt [2], de la coagulation des sécrétions salivaires. Dès mi-mars, après avoir percé l'écorce sous-jacente aux écailles, la trompe remonte le long des tissus conducteurs. Les trajets comportent des ramifications de plus en plus nombreuses au niveau des dernières écailles, d'où les arborisations ultimes pénètrent dans les bases foliaires inférieures.

b. Premiers effets cytologiques et différenciations du tissu nourricier. — Dès le 12 mars, en 1951, l'action de la fondatrice dans les régions de succion de la base du bourgeon était marquée par des réactions allant de transformations

---

[1] *Gardn. Chronicle*, **42**, 1907, p. 353-355.
[2] *Zbl. Bakter.*, II, **42**, 1915, p. 265-335.

cytologiques légères à la nécrose totale. Nous ne nous intéresserons, dans cette Note, qu'aux modifications cytologiques ne marquant pas une dégénérescence nécrotique et en premier lieu à celles qui s'effectuent vers la deuxième quinzaine de mars, bien antérieurement aux pontes (deuxième quinzaine d'avril). Les remaniements cytologiques qui caractérisent cette période se localisent surtout dans l'écorce de la base du bourgeon et s'étendent, en s'atténuant, dans les bases foliaires inférieures. En comparant, dans une coupe, les régions traversées par le coagulum salivaire, au niveau des deux premières feuilles, à celles qui leur correspond du côté normal, nous constatons les remaniements cytologiques suivants :

1° Hypertrophie cellulaire, accompagnée, surtout dans le parenchyme cortical par une perte de polarité : les surfaces de section des cellules, dans une coupe du 12 mars, passent en moyenne du simple au double (200 à 450 μ^2 environ).

2° Légère hypertrophie nucléaire et nucléolaire. Dans la même coupe du 12 mars, les surfaces de sections nucléaires maxima passent en moyenne de 70 à 100 μ^2 environ.

3° Position plus centrale du noyau.

4° Augmentation importante de la masse cytoplasmique aux dépens du vacuome qui se fragmente.

5° Concentration d'un abondant chondriome autour du noyau. Il est surtout formé de longs chondriocontes, contrairement au tissu normal où les chondriocontes sont plus courts et plus dispersés dans le cytoplasme pariétal.

6° Inhibition de l'amylogenèse dans les régions où l'amidon apparaît normalement, c'est-à-dire dans les tissus qui bordent les ramifications vasculaires foliaires.

7° Arrêt relatif des mitoses très sensible dans les bases foliaires.

Alors que certaines de ces modifications : richesse cytoplasmique, vacuome divisé, plastes indifférenciés, gros noyau central à gros nucléoles, font penser à une dédifférenciation, des phénomènes d'un tout autre ordre (hypertrophie cellulaire, concentration périnucléaire du chondriome, inhibition mitotique) se greffent sur ce retour apparent à l'état de jeunesse. D'ailleurs la richesse en cytoplasme et en chondriome indifférencié, le gros noyau central à nucléoles très apparents, ne sont pas des caractères exclusivement méristématiques, on les retrouve, entre autres, également dans certains tissus nourriciers naissants comme je l'ai décrit pour *Perrisia Urticæ* par exemple ([3]) et, comme le confirme récemment Garrigues ([4]), dans les tissus nourriciers des galles adultes.

([3]) *Rev. Gén. Bot. Fr.*, 55, 1948, p. 256-290.

([4]) *Recherches sur les Cécidies, le cancer et l'action de carbures cancérigènes sur les végétaux* (*Thèse Science*, Lyon, 1951).

Au point de vue chondriome, on peut classer les tissus nourriciers fonctionnels des zoocécidies en deux catégories : ceux à chondriome dispersé, très riche en mitochondries (*Perrisia Urticæ* par exemple), et ceux à concentration mitrochondriale périnucléaire et riche en chondriocontes, comme c'est le cas de certains Cynipides (*Diastrophus Rubi*, *Aulax Papaveris* et *Rhodites Rosæ*). C'est, d'après la description précédente, à ce dernier groupe que se rattache le tissu irrigué par le coagulum salivaire de la fondatrice d'*Adelges Abietis* dont la fonction nourricière se trouve ainsi confirmée par l'argument de similitude cytologique avec certains tissus nourriciers de Cynipides.

Comme dans les cas décrits des Cécidomyides [4], cette convergence cytologique vers la spécialisation trophique, apparaît chez la fondatrice d'*Adelges Abietis*, *antérieurement aux proliférations hyperplasiantes*. Cette transformation cytologique vers une différenciation nouvelle, en rapport avec une fonction nouvelle, sans passer par des divisions dédifférenciatrices, a déjà été décrite par Virchow [5], en histologie animale, sous le nom de « *métaplasie* ». Il est naturel d'adopter également ce terme dans le cas présent où les remaniements cytologiques conduisent à l'adaptation trophique de la cellule sans passage par la mitose.

PHYSIQUE DU SOL. — *Nouvelle formule pour le calcul du bilan de l'eau en fonction des valeurs moyennes annuelles des précipitations et de la température.* Note de M. **Lucien Turc**, présentée par M. Albert Demolon.

Des études antérieures [1] ont montré que l'évaporation et l'écoulement moyens annuels des bassins fluviaux, peuvent être calculés par les formules

(1) $$D = P - E,$$

(2) $$E = \frac{P}{1+\gamma^{2}P^{2}};$$

P = précipitations, E = évaporation, D = écoulement, sont exprimés en hauteurs d'eau, γ est une fonction de la température.

Ces formules ont donné de bons résultats pour l'Europe, l'Afrique du Nord, les U. S. A.; il apparaissait cependant que dans le cas des pluviosités élevées on calculait des valeurs trop faibles pour l'évaporation. Ceci s'est confirmé lorsque nous avons cherché à faire les calculs pour des régions du globe

---

(5) *Virchow's Arch. f. Path. Anat. u. Phys.*, **97**, 1884, p. 410-430.

(1) S. Hénin et J. Ternisien, *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 80; S. Hénin et M. Godard, *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 559.

fortement arrosées; ainsi pour 15 rivières de Java ([2]) dont les bassins ont des pluviosités comprises entre 1937 et 5366 mm, la formule ([2]) imposerait une évaporation variant peu avec P pour les bassins les moins arrosés, puis décroissant lorsque l'on passe aux plus arrosés; le calcul statistique montre au contraire que E est significativement croissant avec P.

Nous avons donc abandonné cette formule et nous considérons que lorsque P croît, E tend vers une limite supérieure; la formule la plus simple qui traduise cette nouvelle hypothèse est $E = P/[1+(P/L)]$, où L, fonction de t, est la limite supérieure de E. Mais cette formule s'est montrée moins satisfaisante que l'ancienne pour les valeurs de P faibles et moyennes, nous avons donc envisagé d'utiliser $E = P/\left[\sqrt{1+(P^2/L^2)}\right]$ qui pour les faibles valeurs de P est équivalente à $P/[1+(P^2/2L^2)]$: c'est la forme en $P/(1+\gamma P^2)$. Enfin pour traduire les phénomènes d'aréisme nous avons adopté :

$$(3) \qquad E = \frac{P}{\sqrt{0{,}9+\dfrac{P^2}{L^2}}}$$

qui n'est valable que pour $P^2/L^2 \geq 0{,}1$; dans le cas où $P^2/L^2 < 0{,}1$, nous prenons $E = P$, l'écoulement est nul.

Il restait à expliciter L en fonction de t. Nous avons utilisé pour cela les valeurs connues des précipitations, de l'écoulement et de la température, pour les bassins de 231 cours d'eau d'Europe (en allant de l'Italie à la Finlande et de l'Angleterre à l'U. R. S. S.), d'Algérie, des U. S. A. et des régions tropicales et équatoriales. Au moyen des formules (1) et (3), nous avons calculé L pour chaque bassin, puis nous avons confronté les valeurs de L et de la température t; la méthode des moindres carrés nous a permis d'établir la relation

$$(4) \qquad L = 300 + 25t + 0{,}05t^3,$$

L est exprimé en millimètres de hauteur d'eau, t en degrés centigrades.

Les formules (1), (3), (4) permettent de calculer à partir de P et de t pour chacun des 231 cours d'eau considérés une valeur de E et une valeur de D. La comparaison de ces valeurs calculées de E avec les valeurs mesurées correspondantes (c'est-à-dire avec les différences $P - D_{mes}$, D_{mes} étant déduit des jaugeages du cours d'eau) montre que pour 132 cours d'eau sur 231, soit dans 57 % des cas, l'écart est inférieur en valeur absolue au dixième de la valeur calculée.

Le tableau ci-contre résume quelques résultats relatifs aux valeurs D; c'est pour l'Algérie que les erreurs relatives sont les plus élevées sur le calcul de D, car dans ce pays les coefficients d'écoulement sont très faibles :

([2]) E. C. J. MOHR, *The soils of equatorial regions*, p. 565, trad. R. L. PENDLETON, 1 vol., 766 p., J. E. Edwards édit., E. Brothers imp., Ann Arbor, Michigan, 1944.

Région.	Nombre de cours d'eau.	Moyenne (mm) des P.	des $D_{calc.}$	des $D_{mes.}$
Java	15	3121	1679,5	1620
Alpes suisses	4	2277	2004	2028,5
Algérie	17	529,6	67,5	97,8
France	44	1028,5	572,5	558,5
Ensemble des cours d'eau considérés	231	1024	499	492

Dans l'état actuel des connaissances relatives au bilan de l'eau sur l'ensemble des terres émergées, les résultats obtenus nous autorisent à penser que les formules proposées traduisent de façon satisfaisante la liaison entre l'évaporation et les valeurs annuelles moyennes des précipitations et de la température de l'air.

D'autre part, il se confirme que le bilan annuel moyen de l'eau dans les diverses régions du globe dépend surtout des valeurs annuelles moyennes P et t, puisqu'il est souvent possible d'évaluer ce bilan avec une bonne approximation à partir de ces seules valeurs.

L'ancienne formule, d'abord appliquée au calcul du bilan annuel moyen, avait été utilisée par la suite pour le calcul par décades du drainage en cases lysimétriques ([3]); la nouvelle formule a permis une amélioration des résultats pour ce second problème également; celle-ci présente donc toutes les possibilités de l'ancienne et permet des calculs plus précis.

PHYSIOLOGIE. — *Fixation du radioiode dans la thyroïde de deux Sélaciens :* Scyllium canicula *L. et* Scyllium stellare *Flem.* Note (*) de M. **Jacques Leloup**, présentée par M. Louis Fage.

La fixation du radioiode (^{131}I) par la thyroïde de la Petite Roussette et de la Grande Roussette, est très lente. L'activité fonctionnelle de la thyroïde semble varier selon l'espèce, le sexe et le développement génital de l'animal.

Dans le but d'étudier le fonctionnement thyroïdien des Sélaciens, nous avons réalisé, en mai 1951, au laboratoire Arago de Banyuls-sur-Mer, des expériences préliminaires concernant la fixation du radioiode (^{131}I) dans la thyroïde de deux Sélaciens ([1]) : la Petite Roussette (*S. canicula*) et la Grande Roussette (*S. stellare*).

([3]) S. Henin et L. Turc, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1876.

(*) Séance du 6 août 1951.

([1]) Teh Ping Lin et E. D. Goldberg ont montré récemment (*Endocrinology*, 48, 1951, p. 485) par autoradiographie, que la thyroïde des Sélaciens concentre le radioiode. Cette technique ne permet cependant pas d'évaluer avec précision la quantité de ^{131}I fixée. D'autre part, la dose injectée (400 μc) produit des altérations du cytoplasme et du noyau des cellules épithéliales folliculaires qui peuvent modifier le fonctionnement thyroïdien.

Les injections de ^{131}I sans entraîneur [2] sont effectuées dans la cavité générale de l'animal, à la dose de 5 à 15 μc. Six animaux (4 Petites Roussettes et 2 Grandes Roussettes) à des stades sexuels variés ont été injectés, puis sacrifiés, à des intervalles de 2 h 30 mn à 3 jours après l'injection.

La thyroïde et le sang de chaque animal sont prélevés et les différentes fractions iodées de la thyroïde (iode minéral, organique et thyroxinien) sont isolées, selon une méthode qui sera décrite ultérieurement.

L'examen du tableau qui résume les résultats obtenus, permet de dégager les conclusions suivantes :

Nº de l'animal.	Poids.	Sexe.	État sexuel.	Temps après l'injection d'I*.	I* injecté retrouvé dans la thyroïde totale (%).	I* par g. de thyroïde (%).	$\frac{\text{I* organique}}{\text{I* total}}$ (%).	$\frac{\text{I* thyroxinien}}{\text{I* organique}}$ (%).
			Scyllium canicula.					
1.....	190 g	♀	Adulte	2 h 30 m	0,00086	0,11	59	–
2.....	70	♀	Infantile	8	0,0108	2,84	52	17
3.....	54	♂	dº	8	0,0094	1,56	24,5	11,2
4.....	215	♂	Adulte	16 30	0,0012 (*)	–	81	22
			Scyllium stellare.					
5.....	620	♀	Infantile	25	0,037	1,06	97	10,6
6.....	1020	♀	dº	72	0,45	15,1	99	22

(*) Thyroïde incomplète.

1. Chez les deux espèces envisagées, la fixation de l'I* est très faible, puisqu'au bout de 3 jours, par exemple, chez *Scyllium stellare*, la thyroïde n'a fixé que 0,45 % de la dose injectée.

Ce fait, en contraste avec la fixation rapide et importante observée chez les Mammifères, peut s'expliquer tout au moins *pro parte*, par la résorption extrêmement lente de la dose injectée. En effet, dans le cas de *S. stellare*, dont les deux individus expérimentés sont dans le même état sexuel, on constate que la fixation d'iode dans la thyroïde croît proportionnellement à la radioactivité du sang, celle-ci s'accroissant lentement. Mais ne peut-on faire intervenir, en outre, un autre facteur ? C'est un fait bien établi, chez les Mammifères, que l'administration de doses importantes d'iodure diminue considérablement la fixation d'I* par la thyroïde. Le même phénomène a été récemment observé chez le jeune Saumon,

(²) ^{131}I fourni par le Commissariat à l'Énergie Atomique (pile de Châtillon).

lorsqu'on le fait séjourner dans l'eau douce additionnée d'iodure ([3]). Or, les Sélaciens vivent dans un milieu riche en iode (60 γ d'iode environ par litre d'eau de mer). Ne peut-on alors penser que la fixation très faible d'I* chez les Sélaciens s'explique par un mécanisme analogue jouant dans les conditions naturelles ? Un fait semble plaider en faveur de cette hypothèse : alors que l'iodémie de la Petite Roussette est bien supérieure à celle des Mammifères, pouvant atteindre jusqu'à 43 γ pour 100 cm³ de sérum ([4]), la teneur en iode de sa thyroïde est inférieure à celle des thyroïdes de Mammifères, Oiseaux et Reptiles. En effet, des dosages d'iode effectués sur la thyroïde de la Petite Roussette ([4]) nous ont donné des valeurs comprises entre 30 et 40 mg d'iode pour 100 g de glande, en accord avec les résultats déjà publiés pour d'autres espèces de Sélaciens ([5]), ([6]), alors que la Tortue, le Poulet, le Lapin, le Chien et le Mouton ont des teneurs moyennes en iode respectives de 126, 105, 50, 230 et 133 mg pour 100 g de thyroïde ([6]).

2. L'activité fonctionnelle de la thyroïde de la Roussette, indiquée par les valeurs des rapports I* organique/I* total et I* thyroxinien/I* organique, semble varier suivant l'espèce, le sexe et dans un même sexe selon l'état génital. Ainsi la thyroïde de la Grande Roussette a synthétisé la thyroxine plus lentement que celle de la Petite Roussette. Chez cette dernière espèce, la glande du jeune ♂ est moins active que celle de la jeune ♀, elle-même moins active que celle de la ♀ adulte proche de la ponte (œufs de 16 mm de diamètre maximum), conclusions en accord avec les données histologiques ([7]).

PISCICULTURE. — *La saumonisation artificielle des salmonidés : Truites et Saumons de fontaine*. Note de M. **Pierre Besse**, présentée par M. Louis Fage.

La saumonisation artificielle des salmonidés de pisciculture peut être obtenue par adjonction à la nourriture d'astaxanthine retirée des carapaces de homard.

Parmi les salmonidés, certains, tels que le Saumon (*Salmo Salar*) et le Saumon de fontaine (*Salvelinus fontinalis*) présentent toujours une chair d'un rose plus ou moins vif. Les Truites européennes (*Salmo fario*), dans les variétés

([3]) G. La Roche, *Ann. de l'Acfas*, 16, 1950, p. 134.

([4]) J. Leloup, Résultats inédits.

([5]) B. B. Dey, P. S. Krishnan et M. Giriraj, *J. Sc. and Ind. Res.*, 4, 1945, p. 344.

([6]) J. Wolff et I. L. Chaikoff, *Endocrinology*, 41, 1947, p. 295.

([7]) M. Olivereau, *C. R. Soc. biol.*, 43, 1949, p. 247.

marine ou lacustre, ont également une chair rose, mais dans les variétés de rivières et ruisseaux, on ne trouve environ qu'un pourcentage de 10 % de Truites ayant la chair rose.

Ces Truites, dites saumonées, sont très appréciées, et leur valeur marchande est élevée. Il est classique de dire que la vive couleur de la chair est produite par une accumulation dans la graisse interstitielle de pigments caroténoïdes qui proviennent d'une alimentation riche en daphnies, gammares, jeunes écrevisses, crevettes d'eau douce. Ces pigments ont été déterminés. Ce sont la lutéine et surtout l'astaxanthine.

En pisciculture, les salmonidés qui sont nourris artificiellement ont une chair absolument blanche. Nous avons cherché un procédé pratique permettant d'obtenir en pisciculture des Truites à chair rose. Nous inspirant du processus naturel, nous avons administré aux poissons des pigments caroténoïdes naturels (astaxanthine).

Pour cela, nous avons pris des carapaces (avec l'hypoderme) de homard cuit; nous les avons pulvérisées. Cette poudre fut épuisée au chloroforme. La liqueur rouge obtenue nous donna, après distillation, un résidu sec, gras composé d'astaxanthine, de lutéine, de graisse et de phosphoaminolipides avec un rendement de 1/50 à 1/65. Ce résidu sec fut redissous dans du saindoux dans la proportion de 35 g d'extrait pour 1000 g d'excipient gras.

La préparation fut administrée, mélangée à la nourriture (viande hachée), à raison d'une cuillerée à café pour 5 kg de poissons vivants. Les expériences de saumonisation ont porté sur douze saumons de fontaine (*Salvalinus fontinalis*) et quatre truites arc-en-ciel (*Salmo irideus*); autant de témoins, dans d'autres bacs, recevaient la nourriture ordinaire. Des autopsies régulières, toutes les trois semaines, nous permettaient de suivre la marche de l'opération.

Résultats : au bout de dix-sept semaines, les saumons de fontaine traités, présentent une belle robe brillamment colorée, dos vert foncé zébré avec le ventre rouge vif ainsi que les nageoires, véritable parure de noce. La chair, d'autre part, est d'une belle couleur rose saumon.

Les témoins ont une livrée gris-vert foncé zébré, côtés jaunâtre orangé, ventre blanc-gris. La chair est blanche.

Les Truites arc-en-ciel traitées ont une livrée très brillante, mais la chair est très peu ou pas rosée.

Une dégustation comparée de Saumons de fontaine traités et non traités fait apparaître une énorme différence de qualité entre les deux poissons, le Saumon traité ayant une chair fine, onctueuse, d'un goût très agréable, identique à celui de la Truite saumonée naturelle.

Les expériences continuent avec des ombles (*Salvelinus alpinus*), des Truites arc-en-ciel et des Truites fario de différentes provenances; nous en donnerons plus tard les résultats.

Dès maintenant nous pouvons dire cependant : 1° que pour que les poissons prennent une chair saumonée, il semble nécessaire qu'ils aient atteint la maturité sexuelle; 2° qu'il paraît exister des races physiologiques de *Salmo Fario* et de *Salmo Irideus*, certaines pouvant se saumoner, d'autres non; les premières laissant passer au niveau de leurs cellules intestinales les pigments, les secondes les détruisant à ce niveau ou les transformant en vitamine A.

PHARMACOLOGIE. — *Altérations de l'électrocardiogramme chez le Chien après injection intraveineuse d'une petite quantité d'ypérites ou de monobromacétates.* Note de MM. **Zenon M. Bacq**, **R. Charlier** et **A. Klutz**, transmise par M. André Mayer.

Nous avons montré ([1]) que l'injection ou l'ingestion de doses faibles (0,2 à 2 mg : kg) d'acide bromacétique provoque chez le Chien non anesthésié de graves altérations durables (de 2 à 7 jours) de l'électrocardiogramme : d'une part des troubles du rythme cardiaque consistant en l'apparition d'un block auriculo-ventriculaire intermittent, d'autre part une dépression de l'onde T qui s'aplatit et souvent même s'inverse franchement; ces altérations paraissen liées à des troubles du métabolisme myocardique.

Étant donné que l'acide bromacétique possède certaines des propriétés chimiques et des actions toxiques des ypérites ([2]), nous avons utilisé la même technique pour étudier l'action sur l'électrocardiogramme d'une faible dose (0,2 mg : kg, dose thérapeutique parfaitement supportée) d'ypérite au soufre (sulfure de ββ'-dichloréthyle) ou d'une ypérite à l'azote (méthyl-*bis*-chloroéthylamine) injectée dans la veine du Chien non anesthésié. Nous avons enregistré simultanément, grâce à un Poly-Viso à inscription directe, quatre dérivations électrocardiographiques, les trois dérivations classiques D_1, D_2 et D_3, et une dérivation précordiale correspondant à la V_2 chez l'Homme.

Nous n'avons observé aucune altération du rythme ni de la conduction après injection d'ypérite au soufre, mais l'onde T, normalement positive, s'aplatit rapidement (3 à 30 mn) dans toutes les dérivations, devenant négative en D_1, mais surtout en D_2 et D_3. Ces altérations rétrocèdent progressivement en 24 et 48 h.

L'ypérite à l'azote modifie l'électrocardiogramme de la même façon, mais en général plus lentement. Il faut attendre 90 mn environ pour que les alté-

---

([1]) *Bull. Acad. Roy. Méd. Belge*, 1951.

([2]) Z. M. Bacq, *Enzymologia*, **10**, 1941, p. 48; *Experientia*, **2**, 1946, p. 349 et 385; *Travaux récents sur les toxiques de guerre* (*Actualités biochimiques*, Masson, 1947); *Bull. Acad. Roy. Méd. Belg.*, 1946, p. 137; Z. M. Bacq et P. Fischer, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **28**, 1946, p. 234.

rations atteignent leur maximum; 2 ou 3 h après l'injection, elles commencent à rétrocéder; les tracés sont normaux 24 h après.

En résumé, nous observons, après injection d'une faible dose d'ypérites, les mêmes altérations de l'onde T qu'après injection de monobromacétate; toutefois, ces altérations apparaissent plus rapidement et sont moins durables. Il semble que c'est surtout par des altérations de l'onde T que se traduisent les lésions biochimiques discrètes du myocarde.

La séance est levée à 15 h 25 mn.

L. B.